

**REPÚBLICA DE CUBA**  
**UNIVERSIDAD DE CIENCIAS PEDAGÓGICAS**  
**RAFAEL MARÍA DE MENDIVE**

**MODELO DIDÁCTICO PARA LA OBTENCIÓN DE LOS  
PROCEDIMIENTOS DE CÁLCULO ESCRITO MEDIANTE BÚSQUEDA  
INDEPENDIENTE**

**Tesis presentada en opción al grado científico de Doctor en Ciencias  
Pedagógicas**

**Daniel Agustín Rojas Plasencia**

**PINAR DEL RÍO**  
**2012**

**REPÚBLICA DE CUBA**  
**UNIVERSIDAD DE CIENCIAS PEDAGÓGICAS**  
**RAFAEL MARÍA DE MENDIVE**

**MODELO DIDÁCTICO PARA LA OBTENCIÓN DE LOS  
PROCEDIMIENTOS DE CÁLCULO ESCRITO MEDIANTE BÚSQUEDA  
INDEPENDIENTE**

**Tesis presentada en opción al grado científico de Doctor en Ciencias  
Pedagógicas**

**Autor: Lic. Daniel Agustín Rojas Plasencia**

**Tutor: Dr. C. Manuel Ismael Cruz Ordaz**

**Consultante: Dr. C. Reinaldo Meléndez Ruiz**

**PINAR DEL RÍO**  
**2012**

## **AGRADECIMIENTOS**

A Ismael y a Reinaldo, tutor y consultante respectivamente.

A Mercedes Camejo Puentes, colega excepcional de la cual he aprendido a ser mejor maestro.

A Marcelina Carmen López, por su enorme entrega al revisar mi proyecto de informe de tesis.

A los maestros y maestras que me permitieron entrar en su ámbito profesional y me facilitaron investigar en la práctica sobre la enseñanza del cálculo escrito en sus aulas.

A los alumnos y alumnas que me recibieron con mirada ansiosa y sonrisa noble.

A las bibliotecarias que me ayudaron a hurgar en el inmenso mundo de la información impresa.

A tantos colegas y amigos que de nombrarlos la lista sería demasiado larga.

## DEDICATORIA

*Al recuerdo de mis padres.*

*A mi esposa y a mis hijos.*

*A los niños y niñas que van cada día a la escuela en busca de la buena educación.*

*A los maestros primarios.*

## SÍNTESIS

El trabajo presentado tiene el objetivo de proponer un modelo didáctico para la obtención de los procedimientos de cálculo escrito por los alumnos de tercer grado de la enseñanza primaria mediante el método de búsqueda independiente. Se asumen fundamentos teóricos y metodológicos de actualidad y pertinencia respecto al tema y se exponen los registros obtenidos mediante la aplicación de métodos empíricos, su interpretación y relaciones causales de los hechos constatados, logrando así la caracterización del estado actual del proceso objeto de estudio en el municipio de Pinar del Río. Para contribuir a la solución del problema científico el modelo didáctico presentado parte de la conceptualización operacional del proceso de obtención de los procedimientos de cálculo escrito y la sistematización del método de búsqueda independiente en función del referido proceso, cuestiones que constituyen una contribución a la teoría de la Didáctica de la Matemática de la escuela primaria, específicamente sobre el tratamiento de la Aritmética. Está incluida en el trabajo una estrategia metodológica con vistas a la implementación del modelo didáctico en la práctica. Se explican las variantes seguidas para la validación del modelo didáctico y los resultados fundamentales obtenidos a partir de la realización de un cuasi-experimento, con énfasis en los resultados de la actividad de los alumnos.

## ÍNDICE:

Introducción.....	1
CAPÍTULO I. REFERENTES TEÓRICOS QUE SUSTENTAN EL PROCESO DE OBTENCIÓN DE LOS PROCEDIMIENTOS DE CÁLCULO ESCRITO	
I.1. El cálculo escrito. Su tratamiento en general	
I.1.1 Acerca de los métodos del proceso de enseñanza aprendizaje del cálculo.....	10
I.1.2 El proceso de obtención de los procedimientos de cálculo escrito.....	21
I.1.3 El método de búsqueda independiente para la obtención de los procedimientos de cálculo escrito.....	27
I.2 Posiciones teóricas generales asumidas para una concepción del proceso de obtención de los procedimientos de cálculo escrito.....	40
Conclusiones del capítulo.....	48
CAPÍTULO II. DIAGNÓSTICO DEL ESTADO ACTUAL DEL PROCESO DE OBTENCIÓN DE LOS PROCEDIMIENTOS DE CÁLCULO ESCRITO EN TERCER GRADO	
II.1- De la aplicación de los métodos empíricos y técnicas asociadas a ellos	
II.1.1 Análisis de documentos normativos y metodológicos.....	49
II.1.2 Resultados de la observación de clases frontales.....	52
II.1.3 Resultados del análisis de las anotaciones de los alumnos.....	61
II.1.4 Resultados del análisis de los planes de clase.....	63
II.1.5 Resultados de la prueba pedagógica para el diagnóstico.....	66
II.1.6 Resultados de la encuesta aplicada a docentes .....	68
II.1.7 Resultados de la entrevista aplicada a directivos y metodólogos.....	74
II.2 Integración de los resultados obtenidos mediante métodos empíricos.....	78
Conclusiones del capítulo.....	79
CAPÍTULO III. MODELO DIDÁCTICO DEL PROCESO DE OBTENCIÓN DE LOS PROCEDIMIENTOS DE CÁLCULO ESCRITO MEDIANTE BÚSQUEDA INDEPENDIENTE	
III.1- Fundamentación del modelo didáctico para la obtención de los procedimientos de cálculo escrito mediante búsqueda independiente	

III.1.1- Consideraciones teórico-prácticas que sustentan la necesidad del modelo....	80
III.1.2- Fundamentos del modelo didáctico.....	83
III.2 Explicación del modelo didáctico para la obtención de los procedimientos de cálculo	
III.2.1. Objetivos del modelo didáctico.....	87
III.2.2- Principios que rigen el modelo didáctico.....	87
III.2.3 Acerca de los demás componentes del modelo y su dinámica.....	89
III.3 Estrategia propuesta para la implementación del modelo.....	97
III.4 Validación del modelo didáctico para la obtención de los procedimientos de cálculo escrito mediante el método de búsqueda independiente	
III.4.1 Valoración del modelo según el criterio de especialistas consultados.....	100
III.4.2 Validación en la práctica mediante un cuasi-experimento	
III.4.2.1 Concepción general del cuasi-experimento.....	102
III.4.2.2 Resultados de la validación en el sector rural.....	106
III.4.2.3 Resultados de la validación en el sector urbano.....	112
III.4.2.4- De los resultados generales en la prueba pedagógica de salida.....	116
Conclusiones del capítulo.....	118
CONCLUSIONES.....	119
RECOMENDACIONES.....	120
BIBLIOGRAFÍA	
ANEXOS	

## INTRODUCCIÓN

En los programas de Matemática del primer ciclo de la enseñanza primaria predomina el trabajo con el cálculo oral y escrito con números naturales. Ese es un complejo de materia potencialmente fuerte para contribuir al desarrollo del pensamiento y la creatividad en los niños, de fomentar su curiosidad y su actitud crítica. Las potencialidades de este contenido no solo están implícitas propiamente en él, sino también en la resolución de variados y complejos ejercicios en los cuales se aplica y en el modo de obtener los procedimientos de cálculo.

M. Bernabeu Plous ha reconocido en su tesis doctoral la existencia de algunos aspectos en la concepción y desarrollo del tratamiento del cálculo en la enseñanza primaria que pueden y deben ser perfeccionados, fundamentalmente en el primer ciclo. (22: 56)

En el V Seminario Nacional para Educadores, en el tema relacionado con la dirección del proceso de enseñanza aprendizaje de las asignaturas priorizadas, en las consideraciones sobre la Matemática se señalaron las dificultades que caracterizaban el estado que había hasta el curso escolar 2004 – 2005, las cuales se mantienen en la actualidad. Entre las dificultades señaladas está “la falta de una comprensión conceptual en los alumnos, lo que se refleja al operar con entes cuyo significado es desconocido o con algoritmos que se aplican sin saber de dónde provienen.”(51: 4)

Al analizar las razones que apuntan como causas de esa y otras dificultades se plantea en el mismo material: “En las clases no siempre se propicia la comprensión conceptual, la búsqueda de significados, ni se hace el análisis de qué métodos son adecuados y la búsqueda de los mejores –dando posibilidades para que los alumnos elaboren sus propios procedimientos-, mediante la comunicación que se logre crear en el aula a lo largo de todas las clases.”(52: 4)

En el IX Seminario Nacional para Educadores, a partir del análisis de las principales dificultades detectadas en las respuestas a las pruebas de aprendizaje aplicadas a escolares cubanos de tercero y sexto grados como parte del Segundo Estudio Regional Comparativo y Explicativo, se plantean determinados requerimientos para que los estudiantes aprendan y alcancen una comprensión matemática. Y se dice:



“Cuando [...] se explica cómo realizar la sustracción de números de tres lugares con sobrepaso, se ejemplifica y se aplica a la resolución de ejercicios, sin que medien procesos para la exploración, la elaboración de procedimientos propios, la reflexión y la valoración por parte de los estudiantes, puede ocurrir que estos memoricen el procedimiento y carezcan de recursos para recuperarlo en caso de que se les olvide, o que no sepan transferirlo al caso del cálculo con sobrepaso consecutivo.” (93: 3)

En una exploración acerca del dominio de los procedimientos de cálculo escrito en la provincia de Pinar del Río, durante el curso escolar 2008 – 09, en una muestra aleatoria de 500 alumnos de tercer grado, el 75 % de ellos en centros escolares urbanos, se obtuvieron los siguientes resultados:

- 77,4% de los alumnos realizaron el procedimiento sin errores, mientras que el 22,6% tuvo errores de cálculo o procedimentales.
- Solo el 4,4% de la muestra fue capaz de **describir** el procedimiento para la clase de ejercicios de que se trata, incluyendo el caso de que haya sobrepaso.
- Solo el 2,6% pudo **explicar** por qué es posible hacer la sustracción escrita (sustracción realizable) cuando alguno de los dígitos del minuendo es menor que su correspondiente en el sustraendo de acuerdo con el orden decimal que ocupan.

Lo anterior permitió concluir que aproximadamente un 20% de los alumnos de tercer grado que realizan correctamente alguno de los procedimientos de cálculo escrito, lo cual refleja un estado que no se corresponde aún con el nivel de aprendizaje esperado y que más del 90% de los alumnos que mecanizan los procedimientos de cálculo escrito lo hacen sin haberlo comprendido, sin razonar cómo y por qué es posible efectuar cada paso, lo cual significa que no operan conscientemente con él.

Entre las posibles causas de las dificultades constatadas en el aprendizaje de los procedimientos de cálculo escrito está la práctica de una enseñanza predominantemente expositiva, sin que en ella haya una utilización frecuente de métodos de enseñanza aprendizaje productivos (21), (103), (193), (215) aplicables al proceso de obtención o ampliación de los procedimientos de cálculo escrito.

En los controles a clases efectuados por el autor en su condición de responsable provincial de la asignatura de Matemática se constató que en el 67,7% de las clases cuyo contenido básico fue la obtención o la ampliación de los procedimientos de cálculo

escrito de las diferentes operaciones se aplicó el método expositivo, es decir, el maestro dio la sucesión de pasos del procedimiento o la ampliación de alguno de ellos y en el 32,2 % restante se aplicó el método de elaboración conjunta o al menos se logró una aproximación a ese método. En ningún caso se constató la aplicación del método de búsqueda independiente para la obtención de procedimientos de cálculo o la ampliación de uno ya obtenido.

En general, en esas clases controladas las sucesiones de pasos correspondientes fueron dadas, con lo cual faltaron acciones que implicaran a los alumnos en el análisis del objeto del conocimiento, la generalización de este y el poder comunicarlo con palabras propias. Tal estado en la obtención o ampliación de los procedimientos de cálculo escrito tampoco satisface las exigencias del actual Modelo de escuela primaria, concordando con lo planteado por las doctoras Pilar Rico y Margarita Silvestre cuando expresan:

“El seguimiento realizado del proceso de enseñanza – aprendizaje, y las investigaciones efectuadas al respecto muestran aún el predominio en nuestras aulas de un proceso con carácter esencialmente instructivo, cognoscitivo, en el cual se centran las acciones mayormente en el maestro y en menor medida en el alumno.”(156: 68)

Una de las transformaciones a que se aspira en el Modelo Proyectivo de la escuela primaria en Cuba es el elevado protagonismo del alumno en el proceso, para lo cual una exigencia es “una concepción diferente en cuanto al papel a asumir por el educador en su organización y dirección. Precisamente en esta dirección deberá realizarse la principal renovación metodológica”. (143: 11)

Para lograr ese cambio se requiere de la concepción de la clase y de las tareas de aprendizaje que exijan del alumno la reflexión, la búsqueda independiente del conocimiento, el llegar a conclusiones como resultado de su esfuerzo intelectual así como asumir una posición crítica y valorativa de su trabajo y del de los demás.

Al cotejar los elementos teóricos y prácticos expuestos, el autor reconoce dos aspectos entre los cuales no se ha alcanzado aún la proporción que debiera existir:

1. Los objetivos del Programa de Matemática de tercer grado acerca de los procedimientos de cálculo y las exigencias del Modelo de escuela primaria

constituyen aspiraciones necesarias en cuyo logro inciden directamente los métodos de enseñanza aprendizaje que se empleen.

2. En la práctica, la obtención de los procedimientos de cálculo escrito por los alumnos está afectada y en ese proceso no se constatan la concepción ni la aplicación sistemática de métodos de enseñanza aprendizaje productivos.

Acerca de este segundo aspecto es valiosa la posición de M. Álvarez Pérez y un colectivo de autores (13:12), los cuales ofrecen ejemplos, pero no explicitan un proceder didáctico generalizado que guíe al maestro en aras del mejoramiento del proceso de obtención de los procedimientos de cálculo. Casanova Romero (33), Fonseca Véliz (65) y García Muñoz (75) han abordado temas relacionados con los procedimientos de cálculo aritmético en sus tesis doctorales, pero sus propuestas no incluyen modelos didácticos o metodologías cuya esencia sea el proceso de obtención de los procedimientos de cálculo escrito.

Dirigir y concebir acertadamente el proceso para la obtención de los procedimientos de cálculo escrito puede devenir alternativa para elevar no solo los resultados del aprendizaje sobre esa materia en los escolares de tercer grado, sino también medio de contribución al desarrollo de las potencialidades intelectuales de los alumnos y de determinadas cualidades de la esfera afectivo-volitiva en correspondencia con las exigencias del modelo actual de la escuela primaria cubana.

A partir de los elementos planteados, se ha determinado el siguiente **problema científico**: *¿Cómo contribuir a la obtención de los procedimientos de cálculo escrito por los alumnos de tercer grado de la enseñanza primaria en la provincia de Pinar del Río?* Como **objeto de investigación** se ha considerado *el proceso de obtención de los procedimientos de cálculo escrito en el tercer grado de la enseñanza primaria*.

Teniendo en cuenta la necesidad de perfeccionar la dirección de la actividad cognoscitiva para lograr un conocimiento seguro sobre los procedimientos de cálculo escrito que sea producto del razonamiento propio de los alumnos, se ha planteado como **objetivo científico** *proponer un modelo didáctico para la obtención de los procedimientos de cálculo escrito por los alumnos de tercer grado de la enseñanza primaria mediante el método de búsqueda independiente*.

El modelo contribuiría a la concepción y dirección de un proceso para la obtención de los procedimientos de cálculo escrito en el cual mediarían la exploración, la elaboración de procedimientos “propios”, la reflexión y la valoración por los escolares desde una posición de búsqueda activa del conocimiento.

A partir de los elementos anteriores se ha considerado como **campo de acción** *la búsqueda independiente para la obtención de los procedimientos de cálculo escrito en el tercer grado de la enseñanza primaria.*

El alcance del objetivo planteado presupone dar respuesta a las siguientes **preguntas científicas**:

1. ¿Qué referentes teóricos y metodológicos sustentan el proceso de obtención de los procedimientos de cálculo escrito mediante el método de búsqueda independiente en tercer grado de la enseñanza primaria?
2. ¿Cuál es el estado actual de la obtención de los procedimientos de cálculo escrito por los alumnos en el tercer grado del municipio de Pinar del Río?
3. ¿Con qué modelo representar el proceso de obtención de los procedimientos de cálculo escrito mediante la aplicación del método de búsqueda independiente en el tercer grado de la enseñanza primaria?
4. ¿Qué nivel de validez posee el modelo didáctico del proceso de obtención de los procedimientos de cálculo escrito mediante el método de búsqueda independiente en el tercer grado de la enseñanza primaria?

Para la consecución de las respuestas a las preguntas anteriores se plantearon las siguientes **tareas de investigación**:

1. Sistematización de los referentes teóricos y metodológicos que sustentan el proceso de obtención de los procedimientos de cálculo escrito mediante el método de búsqueda independiente en tercer grado de la enseñanza primaria.
2. Diagnóstico de la situación actual del proceso de obtención de los procedimientos de cálculo escrito en el tercer grado del municipio de Pinar del Río.
3. Elaboración del modelo didáctico para la obtención de los procedimientos de cálculo escrito mediante el método de búsqueda independiente en tercer grado.

4. Validación del modelo didáctico del proceso de obtención de los procedimientos de cálculo escrito mediante el método de búsqueda independiente en el tercer grado de la enseñanza primaria.

Todo el proceso de investigación estuvo sustentado en el método **dialéctico materialista** como base para el estudio integral de los objetos, procesos y fenómenos en cuanto a sus contradicciones internas y su concatenación universal, sujetos a leyes y principios.

Los métodos teóricos aplicados fueron:

- **Análisis histórico lógico.** Se utilizó en la indagación sobre los antecedentes y tendencias actuales del proceso de obtención de los procedimientos de cálculo escrito en tercer grado, con énfasis en el empleo de los métodos de enseñanza aprendizaje apropiados para ese proceso.
- **Análisis y síntesis.** Fue utilizado en el estudio de diferentes aspectos que en su conjunto se integran al abordar, tanto en el orden teórico como práctico, el objeto y el campo de investigación. Resultaron imprescindibles en la interpretación empírica de los datos obtenidos mediante esa clase de métodos.
- **Inductivo y deductivo.** Se manifestó al inferir conclusiones luego de analizar posiciones teóricas, antecedentes, tendencias y resultados prácticos relacionados con el proceso de obtención de los procedimientos de cálculo en los primeros grados escolares, además de su aplicación al analizar los resultados de los métodos empíricos utilizados.
- **Modelación.** Estuvo presente en la elaboración de un modelo didáctico integrador del proceso para la obtención de los procedimientos de cálculo escrito mediante el método de búsqueda independiente en tercer grado más la elaboración de otros necesarios para la representación de objetos y relaciones intrínsecos del proceso.
- **Enfoque de sistema.** Se empleó para diseñar el modelo didáctico y la instrumentación del proceso se tuvo en cuenta que los componentes, hechos y fenómenos del proceso de enseñanza aprendizaje están concatenados, tienen

carácter sistémico, y ello determina relaciones dialécticas que deben ser consideradas en la teoría y en la práctica.

- **Hipotético deductivo.** Se aplicó a partir del conjunto de datos empíricos registrados durante y después del experimento pedagógico desarrollado con la finalidad de probar la validez del modelo didáctico propuesto.

La constatación práctica requirió de los métodos empíricos siguientes:

- **Análisis de documentos.** Se aplicó para valorar la significación del tratamiento de los procedimientos de cálculo con los números hasta 10 000 en el tercer grado sobre la base de lo normado o recomendado en el Programa, las Orientaciones Metodológicas y el libro de texto Matemática 3, así como determinar regularidades en las recomendaciones acerca del empleo de los métodos de enseñanza para la obtención de los procedimientos de cálculo. Fueron analizados los planes de clases de los maestros incluidos en la muestra y las anotaciones en las libretas de Matemática de los alumnos con la finalidad de añadir elementos al diagnóstico del estado actual del proceso de obtención de los procedimientos de cálculo escrito.
- **Observación.** Se aplicó inicialmente para diagnosticar el estado del problema y, con posterioridad, para constatar la realización del proceso modelado y evaluar algunos de sus indicadores.
- **Pruebas pedagógicas.** Se aplicaron durante el estudio diagnóstico del problema y posteriormente para constatar la efectividad del proceso de obtención de los procedimientos de cálculo escrito de la sustracción y la multiplicación a partir de los presupuestos del modelo didáctico elaborado.
- **Encuesta.** Se utilizó para obtener información acerca de los conocimientos que tienen los maestros del primer ciclo en ejercicio sobre el proceso de obtención de los procedimientos de cálculo escrito y en especial sobre el método de búsqueda independiente respecto a ese proceso.
- **Entrevista.** Se aplicó para complementar parte de la información registrada por medio de otros métodos y técnicas acerca del proceso de obtención de los procedimientos de cálculo y del método de búsqueda independiente.
- **Consulta a especialistas.** Se aplicó para constatar los criterios de especialistas en el tratamiento del cálculo aritmético en la enseñanza primaria sobre la

pertinencia, componentes y aplicabilidad del modelo didáctico para la obtención de los procedimientos de cálculo mediante búsqueda independiente.

- **Experimento pedagógico.** (Variante cuasi-experimento): Tuvo la finalidad de probar en la práctica la validez del modelo didáctico para la obtención de los procedimientos de cálculo mediante búsqueda independiente en tercer grado.

De la Estadística descriptiva se aplicaron herramientas como distribuciones de frecuencias absolutas, porcentuales y acumulativas relativas y cálculo de la media, la desviación estándar y la clase modal. Los datos obtenidos facilitaron la comparación del comportamiento de los indicadores medidos y la inferencia a partir del estudio de muestras. De la Estadística inferencial se trabajó con el coeficiente de correlación de Cramer y con la dócima de Kolmogorov-Smírnov para dos muestras independientes.

Se consideró como **población** los once municipios de la provincia de Pinar del Río y se tomó como **muestra** el municipio de igual nombre por estar contenida en él toda la variedad posible de escuelas primarias de la provincia. Intencionalmente fueron seleccionadas 25 escuelas y de cada una de ellas un maestro de tercer grado y su respectivo grupo escolar, lo cual significa haber trabajado con 25 maestros y 611 alumnos, además de 14 directivos.

La **novedad científica** de este trabajo se manifiesta en los siguientes aspectos:

- Se presenta y explica un modelo didáctico para la obtención de los procedimientos de cálculo mediante el método de búsqueda independiente en tercer grado.
- La investigación se ha hecho respecto a un momento muy específico de todo el proceso que se sigue durante el trabajo con un procedimiento de cálculo, el de obtención de la sucesión de pasos, y no en la totalidad de todas las fases y etapas que conforman ese proceso.

Con la tesis que se presenta se hace una **contribución a la teoría** de la Didáctica de la Matemática en la Escuela primaria, para lo cual:

- Se propone una definición de cálculo escrito, se define operacionalmente el **proceso de obtención de los procedimientos de cálculo** y se presenta un modelo didáctico de ese proceso cuando en él se aplica el método de búsqueda independiente. En el modelo se ofrecen representaciones y explicaciones del papel

del maestro y el transcurso de la actividad inductora y ejecutora de los alumnos a partir de los objetivos y principios que lo rigen.

- Se caracteriza el método de búsqueda independiente para la obtención de los procedimientos de cálculo escrito desde diferentes aspectos y se sistematiza en relación con otros métodos de enseñanza aprendizaje aplicables a la obtención de conocimientos sobre los procedimientos de cálculo.

Como **contribución a la práctica** se presentan una estrategia para la implementación del modelo con vista a la concepción y dirección del proceso de obtención de los procedimientos de cálculo escrito mediante el método de búsqueda independiente en tercer grado y un material anexo con recomendaciones metodológicas para la obtención de los procedimientos de cálculo escrito de la sustracción y la multiplicación mediante el método de *búsqueda independiente* en tercer grado, enriqueciendo así los materiales didácticos sobre el tratamiento del cálculo en la Educación Primaria.

El trabajo de tesis se ha insertado en los proyectos de investigación “Perfeccionamiento del aprendizaje de los alumnos mediante el trabajo conjunto de la escuela y la familia” dirigido por el Dr.C. Manuel Capote Castillo y “Propuesta para la organización escolar en las aulas de multigrado” dirigido por el Dr.C. Ismael Cruz Ordaz. Los resultados fundamentales han sido presentados en diferentes eventos científicos y publicados en revistas pedagógicas con el propósito de socializarlos.

El informe de tesis consta de una introducción, tres capítulos, conclusiones, recomendaciones, bibliografía y anexos. En el Capítulo I se presentan referentes teóricos sobre el proceso de obtención de los procedimientos de cálculo escrito en el tercer grado y se particulariza acerca del método de búsqueda independiente aplicable a dicho proceso. En el Capítulo II se presenta el estudio de la situación actual acerca de ese proceso en el municipio de Pinar del Río y en el Capítulo III se presenta el modelo didáctico para la obtención de los procedimientos de cálculo escrito con la aplicación del método de búsqueda independiente y se exponen los resultados de la validación del modelo didáctico propuesto.



## **CAPÍTULO I. REFERENTES TEÓRICOS QUE SUSTENTAN EL PROCESO DE OBTENCIÓN DE LOS PROCEDIMIENTOS DE CÁLCULO ESCRITO**

En este capítulo se presentan los principales referentes teóricos relacionados con el proceso de obtención de los procedimientos de cálculo escrito en el tercer grado de la enseñanza primaria y se particulariza el caso en que ese proceso se lleva a cabo mediante el método de búsqueda independiente. Se explicita una caracterización de este método a partir de su estudio en diversas fuentes teóricas.

### **I.1. El cálculo escrito. Su tratamiento en general**

#### **I.1.1- Acerca de los métodos del proceso de enseñanza aprendizaje del cálculo**

El cálculo es el “conjunto de las reglas que permiten combinar los elementos de un conjunto sobre el que está definido una estructura” (212: 42) y el más simple es el de “las cuatro operaciones aritméticas, o sea, con la operación sobre signos (cifras) adición y su inversa, multiplicación y su inversa.” (84: 52). La enseñanza del cálculo de esas cuatro operaciones con números naturales deviene contenido fundamental de la asignatura de Matemática en el primer ciclo de la enseñanza primaria cubana.

Desde el mismo comienzo de la enseñanza del cálculo con las cuatro operaciones básicas, es necesario considerar que en su aprendizaje “la comprensión desempeña un papel muy importante. Pero esto no significa que haya que descuidar otros aspectos (el afectivo en particular) ni dejar de tener en cuenta el aparato verbal gracias al cual las intuiciones más extraordinarias y las compresiones más sutiles deben fundirse para que tengan valor de transmisión...De hecho, es todo cuestión de las relaciones del concepto con la palabra que habría que examinar y aplicar al caso particular del cálculo.” (53: 236)

El cálculo con números naturales constituye un amplio complejo de materia. El análisis hecho por el autor acerca de su estructuración en los programas de Matemática desde primero hasta cuarto grado le ha permitido distinguir cuatro direcciones:

- conocimientos sobre lo esencial de cada operación de cálculo, sus propiedades y relaciones entre las operaciones,
- conocimiento y memorización de los ejercicios de cálculo básicos de cada una de las operaciones,

- cálculo oral mediante la transferencia de ejercicios básicos, aplicando pasos parciales o mediante reglas, y
- cálculo escrito.

El autor considera muy acertada esa concepción, no solo porque se ajusta a la lógica interna del contenido de enseñanza, sino además, porque la determinación de los contenidos correspondientes a cada dirección y las recomendaciones para su desarrollo a lo largo del primer ciclo facilitan la creación de una base de conocimientos, habilidades y hábitos para el avance progresivo en el proceso de su asimilación por los alumnos y la posible implicación de estos en la elaboración de los procedimientos de cálculo.

El tratamiento del cálculo escrito con números naturales hasta 10 000 y el desarrollo de las habilidades correspondientes es un contenido aritmético fundamental en tercer grado. Los alumnos arriban a este grado luego de que en primero y segundo trabajaron el cálculo oral –también llamado cálculo mental-, sumamente importante por su contribución al desarrollo del pensamiento lógico y al adiestramiento de los alumnos en el empleo oral del vocabulario matemático (77: 86).

Al analizar la explicación del cálculo escrito dada por E. Geissler y otros (77: 149) se aprecia la ausencia de una definición de *qué es cálculo escrito*, tampoco planteada cuando estos mismos autores dicen: “Se entiende por cálculo oral al que se realiza sin la ayuda de un medio auxiliar o de un procedimiento escrito.” (77: 84).

La Dra. J. Albarrán Pedroso se ha ocupado del tratamiento de este tipo de cálculo, mas en sus obras publicadas bajo los títulos *¿Cómo realizar el tratamiento de los procedimientos escritos de adición, sustracción y multiplicación de números naturales?* y *¿Cómo realizar el tratamiento del procedimiento escrito de la división de números naturales?* no define tampoco qué es cálculo escrito, y penetra en los referidos procedimientos partiendo de precisiones acerca del cálculo oral o mental con la finalidad de establecer por contraposición qué es el cálculo escrito.

Por su parte, el colectivo de autores de las Orientaciones Metodológicas de Matemática de tercer grado, encabezado por M. Villalón Incháustegui, señala que “con el cálculo escrito, en la práctica solamente se calcula con ejercicios básicos” (208: 48), con lo cual tampoco se está en presencia de una definición para dicho objeto.

El autor de la tesis propone y asume una definición de cálculo escrito expresada de la siguiente manera: *es la forma de cálculo de cada una de las cuatro operaciones fundamentales con números naturales en la cual, sobre la base de la estructura y la propiedad fundamental del sistema de posición decimal, se reduce el cálculo a ejercicios simples con los factores de las potencias de 10 de los pares de números a los cuales se les debe asociar su suma, diferencia, producto o cociente, según sea la operación.*

El cálculo escrito tiene sus procedimientos y estos se expresan mediante una sucesión de pasos, o una regla de solución, que significan trabajo algorítmico (77: 149); más explícitamente: “Partiendo de los números dados se realiza una sucesión de indicaciones que asocia, después de una cantidad finita de pasos, a los números dados un número como resultado.” (96: 152).

La ventaja de la aplicación de los procedimientos de cálculo escrito radica en que “se pueden solucionar ejercicios con números grandes en forma segura, racional y sencilla” (205: 48), lo cual no se logra mediante los procedimientos de cálculo oral, salvo excepciones como lo es calcular con múltiplos de potencias de 10 cuyos factores sean números de un lugar.

La cuestión acerca de los métodos de enseñanza del cálculo de las cuatro operaciones fundamentales con números naturales, sin distinción de que sea oral o escrito, se inserta en el problema de los métodos de enseñanza aprendizaje de la Matemática en general, problema que ha ocupado a muchos pedagogos y didactas.

Con independencia del grado de particularidad dado al tratamiento del cálculo en la enseñanza primaria, son fuentes de referencia necesarias para abordar los métodos de enseñanza de dicha materia autores como E. Pérez Somoza (1930), M. A. Cano (1930), A. M. Aguayo (1943), D. M. Escalona (1944), D. González (1959), E. J. Cogan (1959), R. Dottrens (1968), J. Junquera Moré (1969), E. Geissler y coautores (1989), W. Jungk (1981), W. Zillmer (1981), P. Torres Fernández (1993, 1996, 1997), S. Ballester Pedroso y coautores (2001), P. Torres Fernández y coautores (2001), M. Bernabeu Plous (2005), J. Albarrán Pedroso (2007), entre otros.

Específicamente sobre la cuestión de los métodos para la enseñanza del cálculo, expuso J. Junquera Moré: “El método es la traducción en acto de las dos únicas formas

de dirección y sentido de la actividad de pensar: el análisis y la síntesis. O se toma el objeto del pensar, sea cual sea la materia, y se penetra en él por descomposición, por secesión ordenada de sus partes, de sus elementos, hasta lo íntimo de su esencia y de sus accidentes, o se consideran los elementos, para conseguir la articulación y constitución del objeto de conocimiento en su totalidad.” (97: 3)

La definición del método dada por Junquera Moré ha sido un aspecto tenido en cuenta por el autor de esta tesis para orientarse hacia la identificación de esas dos vías respecto a la enseñanza de los procedimientos de cálculo escrito en la escuela: o se penetra en ellos presentados como un todo o se llega a ellos a partir de la consideración de determinados elementos para arribar a la conformación del objeto del conocimiento.

Pero, ¿cómo se ha visto esto en Cuba históricamente lo relacionado con el tratamiento del cálculo aritmético? Un análisis sucinto de esta cuestión es una premisa importante para sustentar una propuesta al respecto.

En las tres primeras décadas del siglo XX “En la enseñanza de la Aritmética se recomendaba el método intuitivo para facilitar que el niño pasara de lo concreto a lo abstracto. Los maestros debían tener en cuenta, según las orientaciones metodológicas: la combinación del análisis y la síntesis, la variedad y repetición de los ejercicios, la alternativa del cálculo mental y la aplicación sistemática del conocimiento de los números a las necesidades de la vida.” (32: 25)

Al iniciar la tercera década del siglo XX, M. A. Cano expuso el siguiente “plan de lección para enseñar una regla” de cálculo, es decir, “un ejemplo que ilustra un método y lo traduce y aplica de modo acertado” (28: 122).

#### Preparación

1. Breve introducción
2. Anuncio del tema
3. Su escritura en encerado

#### Desarrollo

1. Escritura por un alumno de un problema en el encerado.
2. Razonamiento para determinar las operaciones necesarias para resolver el problema

3. Formulación del planteo y escritura en el encerado
4. Resolución del problema.
5. Repetición de los ejercicios anteriores en la resolución de otros problemas semejantes
6. Adecuado interrogatorio para inducir la regla
7. Escritura de la regla en el encerado.

### Conclusiones

1. Lectura, por los alumnos, de la regla que se acaba de escribir en el encerado
2. Su aplicación a otros problemas.

En el plan propuesto por Cano no se explica en qué consiste ni cómo ocurre la “resolución del problema”. Se asume que el problema es el ejercicio de cálculo planteado *en el encerado* (la pizarra u otro medio similar) y que su solución implica tanto el cómo se hace ese caso particular como el número calculado.

El plan propuesto, además de su enfoque problémico, contiene acciones valiosas nada criticables actualmente: llegar a la regla a partir del interrogatorio sobre los casos particulares resueltos (vía inductiva), escribirla *en el encerado* (formulada sobre la base del reconocimiento de lo que fue común a los casos analizados) y que los alumnos la lean luego de ser escrita (además de reforzamiento, significa tener delante un modelo de cómo expresar un procedimiento de cálculo).

En esa misma década el Dr. Elpidio Pérez Somoza destacó las razones de algunos didactas de la época al reclamar “que el razonamiento sea meramente guiado por el maestro, mas, el propio niño, en presencia de la dificultad o problema, ha de hacer funcionar su inteligencia...Cuando el alumno repite los razonamientos de los demás no razona, solo repite de memoria: el camino de la razón tiene que ser encontrado por cada ser.” (139: 10)

En la obra escrita de este pedagogo están expuestas determinadas ideas que devienen fundamento de la aplicación de métodos desarrolladores para el tratamiento del cálculo. Tal es el caso cuando afirma: “Otra característica de la enseñanza de la Aritmética es la de que sus verdades o casi todas, deben ser elaboradas por el propio alumno, ser hijas de su esfuerzo, y no copiadas de otro o aprendidas de memoria”. (139: 9)

De su concepción de la clase de Aritmética excluyó categóricamente “la lección dogmática en que los alumnos han de asistir pacientemente a la transmisión de un conocimiento siendo ellos meros receptores de las ideas del maestro...Enseñar y aprender son una serie de acciones y reacciones entre el maestro y los alumnos, o entre el alumno y los asuntos mismos bajo la guía del primero” (139: 52)

Este autor hizo un análisis de los métodos utilizados entonces para la enseñanza de la Aritmética y entre los criterios para opinar consideró el tipo de inferencia empleada. En tal sentido reconocía los métodos inductivos, deductivos y mixtos, según fuera la forma de razonamiento mediante la cual se llegara al nuevo conocimiento.

Del método inductivo señalaba que “la inducción didáctica es limitada, arreglada por el maestro, puede crear un hábito mental vicioso si el maestro precipita las conclusiones.” (139: 54)

Este punto de vista de Pérez Somoza es compartido por el autor desde la perspectiva de que cuando el maestro adelanta el conocimiento que pudiera ser inferido y expresado por los alumnos no propicia suficientemente el desarrollo de estos.

De las propuestas metodológicas específicas sobre el tratamiento del cálculo dadas por Pérez Somoza, el autor considera de vigencia absoluta la recomendación de que una vez que el alumno hubiera aprendido a resolver los ejercicios de determinado nivel de dificultad u operación de cálculo, se le enfrentara a una situación que le permitiera reconocer la necesidad de vencer un nuevo obstáculo, ya fuera propio de la operación de cálculo del cual se ocupaba en ese momento o de una nueva operación y que se le permitiera resolverla por esfuerzos propios.

En los años 30 y 40 fue relevante la obra didáctica de A. M. Aguayo en Cuba, quien también tuvo sus consideraciones sobre los modos de pensar la enseñanza del cálculo, algunas de las cuales son tomadas como referencia al abordar el objeto de investigación de esta tesis:

“... El niño debe aprender por sí mismo, bajo la dirección y guía del maestro. Aplicada a la enseñanza del cálculo aritmético, la doctrina significa que el alumno debe poner su iniciativa y su poder creador al servicio del aprendizaje de esta disciplina. El maestro debe limitarse a estimular, encauzar y, cuando sea necesario, auxiliar a los

alumnos...Los mejores métodos de aprendizaje del cálculo son los que se sirven del trabajo de los alumnos". (4: 306)

Estas posiciones teóricas estaban en correspondencia con las de otros autores de mediados del siglo XX que, fuera del contexto nacional, se pronunciaron en la misma dirección del papel activo que se ha de dar a los alumnos durante la enseñanza de los procedimientos de cálculo, como por ejemplo lo planteado por R. Dottrens en su obra *Didáctica para la escuela primaria*:

"Menos que ninguna otra lección, la lección de cálculo no puede ser presentada a la manera del maestro, este hablando y los alumnos escuchando... En cada etapa, el maestro deberá buscar cómo debe ser presentado a los alumnos el contenido de su lección de tal manera que prorrogue el máximo de actividad de sus alumnos. La lección ideal consistiría en llevar al niño, gracias a los ejercicios propuestos o estudiados, a descubrir por sí mismo el objetivo que se ha fijado el maestro" (53: 265).

Se reconocen tales posiciones como positivas y de trascendencia hasta la actualidad.

Sin embargo, hasta 1959 la enseñanza del cálculo con números naturales en Cuba se caracterizaba por responder a los criterios tradicionalistas de la enseñanza memorística, sin énfasis en el desarrollo del razonamiento lógico de los niños. En su aprendizaje estaban divorciados el desarrollo de conocimientos, habilidades y capacidades de los alumnos (22), (24).

En los primeros años de la Revolución se comenzaron a introducir cambios en los programas de Matemática en consonancia con las transformaciones económicas, políticas y sociales que se iniciaban. Resultó significativo el trabajo de la Dra. Dulce María Escalona en la remodelación de los programas de estudio de la Matemática en la enseñanza primaria, pero no hubo cambios trascendentes en los enfoques metodológicos de la enseñanza de los procedimientos de cálculo con números naturales.

A partir del año 1968, con la introducción gradual del perfeccionamiento de los planes y programas de estudio comenzó a desarrollarse en Cuba la Metodología de la Enseñanza de la Matemática con el apoyo de los metodólogos de la República Democrática Alemana (RDA) ya extinta y desde 1972 aproximadamente comenzó a

desarrollarse la base de una pedagogía y una psicología socialista con la ayuda de pedagogos y psicólogos soviéticos (215: 22).

Se plantearon importantes transformaciones, tanto en el contenido como en la metodología. “Se aspiraba a una formación matemática desde los primeros grados mucho más rigurosa que la que había caracterizado la enseñanza de la asignatura durante el periodo anterior y de inicios de la Revolución en el poder.” (207: 51)

Sobre los métodos introducidos afirmó M. Salina Abreu: “Con la utilización de nuevos métodos, se tiende fundamentalmente al desarrollo de habilidades de cálculo y al desarrollo de capacidades en los alumnos.” (183: 53)

Es opinión del autor que esa tendencia de llevar de frente tanto el desarrollo de habilidades como el de las capacidades ha prevalecido hasta la actualidad, por lo que en los métodos de enseñanza aprendizaje a emplear para el tratamiento del cálculo debe prevalecer el carácter productivo de la actividad de los alumnos, tanto en función del logro de los objetivos de la asignatura como de la contribución para concretar las aspiraciones del Modelo de escuela primaria cubana actual.

Al respecto se considera acertada la explicación teórica de los métodos para la enseñanza del cálculo como un caso particular de la metodología del tratamiento de las sucesiones de indicaciones con carácter algorítmico (18: 246), y que las recomendaciones para la práctica escolar en la enseñanza del cálculo se correspondan con las fases del trabajo en la adquisición de conocimientos matemáticos planteadas por W. Jungk y S. Ballester, entre otros: búsqueda del conocimiento y aseguramiento del conocimiento.

W. Jungk declara la posibilidad de aplicar para la búsqueda del conocimiento -que en este caso se interpreta como la impartición, presentación, elaboración del nuevo conocimiento- métodos deductivos y métodos reductivos, los cuales también son propios de la matemática como ciencia (94: 71).

Al respecto afirma S. Ballester Pedroso y coautores:

“Todas las posibilidades dadas por las distintas variantes son igualmente significativas para el desarrollo de la capacidad de los alumnos. A qué variante se le da la preferencia, depende de la estructuración de la enseñanza en general por el profesor y, ante todo, del saber y poder de los alumnos, así como del tiempo disponible.” (94: 74)



En tal sentido se opina que en la citada afirmación de Ballester y coautores se ha dejado de incluir explícitamente los objetivos a que se aspira en el proceso de enseñanza aprendizaje como un aspecto condicionante para la elección de una u otra variante, aun cuando pudieran presuponerse incluidos en la “estructuración de la enseñanza”, dado el carácter rector que los objetivos tienen en dicho proceso.

Dos formas fundamentales de los métodos reductivos son los métodos inductivos (de la investigación de casos particulares se formula una proposición general) y los métodos no inductivos, entre los cuales está la inferencia por analogía. El autor es de la opinión de que en el tercer grado para la búsqueda del conocimiento sobre los procedimientos de cálculo escrito, en este caso la sucesión de pasos que los conforman, debiera predominar este tipo de método.

Desde el punto de vista didáctico, se reconoce marcada coincidencia entre los métodos para la enseñanza de la Matemática, -lo cual incluye los procedimientos de cálculo escrito- planteados por W. Jungk (94: 122), W. Zillmer (212: 123) y S. Ballester y coautores (17: 167) y que estos a su vez se corresponden con la tipología de métodos descrita por G. Labarrere y G. Valdivia (103: 107).

Como ya se ha dicho, los pasos de los procedimientos de cálculo forman parte del sistema de conocimientos que deben adquirir los alumnos. E. Geissler y coautores plantean tres vías o formas (métodos) para la impartición de las sucesiones de pasos de los procedimientos de cálculo, ya sea este oral o escrito, la cuales se enuncian seguidamente:

- a) el maestro da la sucesión de pasos.
- b) la sucesión de pasos se elabora conjuntamente.
- c) la sucesión de pasos se halla de forma independiente. (76: 81)

Estas variantes también las dan W. Jungk (96: 54) y S. Ballester y coautores (18: 250) al explicar cómo se procede metodológicamente en la obtención de las sucesiones de indicaciones con carácter algorítmico.

M. Villalón Incháustegui y un colectivo de autores (208: 50-51) consideran solamente las dos primeras vías en las recomendaciones para *introducir* los procedimientos de cálculo escrito, cuya explicación se da para la adición con números de tres o cuatro

lugares. La tercera vía ni siquiera es mencionada en la propuesta metodológica de este colectivo de autores.

En la explicación y recomendaciones metodológicas ofrecidas por M. Villalón Incháustegui y coautores en cuanto a dar los pasos del procedimiento hay una concepción ajustada plenamente a un método reproductivo (208: 51), ya sea el expositivo o la presentación directa de la sucesión de pasos en otro medio como el libro de texto, la pizarra o una tarjeta.

Pero eso mismo ocurre cuando explican la elaboración de los pasos (208: 50), pues se aprecia en esencia la primera vía y no otra. En su propuesta no puede reconocerse dónde está la producción de los alumnos y, por tanto, no se corresponde lo propuesto con la caracterización dada por W. Zillmer de la elaboración conjunta como un método en parte reproductivo y en parte productivo (215: 126) y con la cual está de acuerdo el autor de la tesis.

Por su parte, J. Albarrán Pedroso ofrece explicaciones metodológicas que se corresponden también con la variante de dar el procedimiento ya elaborado. Esta autora no hace mención de vía alguna, sino que en todos los casos habla de “presentar” “ofrecer” o “dar” la sucesión de indicaciones (8: 9, 10, 11, 14,18), de lo cual se entiende que asume como variante la primera: dar el procedimiento.

En las propuestas de Villalón y Albarrán se evidencian las formas tradicionales de enseñanza reproductiva, las cuales si bien permiten la trasmisión de los procedimientos de cálculo en forma clara, concisa, con el vocabulario adecuado y con economía del tiempo de la clase, no estimulan el desarrollo del pensamiento de los alumnos, por cuanto estos van a ejecutar acciones sin que hayan mediado suficientemente los procesos de análisis y de generalización, aun cuando se dé una fundamentación de cada paso. He ahí la desventaja más importante de dar la sucesión de pasos.

Es consideración del autor que la segunda vía metodológica supera la desventaja de la primera vía; pero al tratarse básicamente de una conversación de clase no se garantiza que cada alumno esté “trabajando” en la elaboración del procedimiento, además de la probabilidad de que mientras los alumnos de aprendizaje rápido lleguen a ser protagonistas por su participación, los de un proceder más lento demoren en

incubar las respuestas, se mantengan fuera de la actividad o se sientan desatendidos por el maestro.

La tercera vía planteada por Geissler y coautores significa proceder mediante búsqueda independiente y ella superaría las desventajas que traen consigo el dar el procedimiento o elaborarlo conjuntamente. Ha sido una limitación para el autor no hallar fuentes teóricas ni resultados de estudios de campo sobre este método aplicado con escolares primarios a la obtención de los procedimientos de cálculo o de otro contenido matemático.

En *Metodología de la Enseñanza de la Matemática de 1. a 4. Grado. Primera Parte*, Geissler y coautores proponen solo dos ejemplos de la obtención del procedimiento por los propios alumnos.

Primer ejemplo:

“Con este fin (que hallen la vía de solución por sí mismos) podrían escribirse en el pizarrón dos ejercicios diferentes, como representantes de dos tipos de ejercicios, que se solucionan aplicando una vía similar, por ejemplo,

$$37 + 5 \qquad 370 + 50$$

Se pide a los alumnos que busquen las características comunes de ambos ejercicios y que deriven la vía de solución para el segundo ejercicio de la vía ya conocida del primero” (76: 42).

Segundo ejemplo:

“Después de indicar el tema de la clase *División de números de dos lugares por números de un lugar* y de presentar un ejemplo como  $42 : 3$  se pregunta a los alumnos si este ejercicio puede solucionarse por descomposición, de la misma forma que el correspondiente de multiplicación  $42 \cdot 3$ . Mediante esta pregunta se dirige el interés de los alumnos hacia el procedimiento para la solución de tales ejercicios. Se les estimula para que busquen una vía de solución que tenga en común la descomposición aplicada en la multiplicación pero que muestre diferencias específicas en el tipo de descomposición.” (76: 42).

Esos dos ejemplos no están precedidos de una explicación ni fundamentación teórica del método de búsqueda independiente, ni tampoco se da después, por lo cual el autor de esta tesis reconoce en ellos muy limitado valor como referencia para una

concepción teórico-práctica acerca de la obtención de los procedimientos de cálculo escrito mediante búsqueda independiente.

W. Jungk declara como una de las formas de impartir la sucesión de pasos “que los alumnos la hallen por sí mismos o, al menos, parcialmente” (96: 54), pero no la explica ni la ejemplifica.

S. Ballester Pedroso y coautores abordan aspectos valiosos como referencia sobre la búsqueda independiente de sucesiones de indicaciones con carácter algorítmico, pero son breves y muy generales y el ejemplo con que se “ilustra” no está explicado en cuanto a cómo proceden el profesor y los alumnos durante el proceso de obtención de la sucesión de indicaciones (18: 260).

Pudiera verse como una variante más la propuesta de Ballester Pedroso y coautores cuando plantean: “El proceso de obtención de una sucesión de indicaciones puede tratarse como un problema, empleando para ello el programa heurístico general, lo que posibilita dar un enfoque problémico a la enseñanza y emplear los procedimientos heurísticos en la búsqueda de la sucesión de pasos de indicaciones.” (18: 253)

Pero en dependencia de cómo se emplee del programa heurístico general para obtener una sucesión de indicaciones o pasos de un procedimiento habrá dos métodos posibles: uno, elaboración conjunta; otro, búsqueda independiente, lo cual estará determinado por la forma en que el maestro conduzca la actividad de los alumnos. El propio ejemplo propuesto por Ballester y coautores –precisamente sobre un procedimiento de cálculo (18: 256-258)-, se corresponde con una elaboración conjunta.

### **I.1.2- El proceso de obtención de los procedimientos de cálculo escrito**

Se reconoce que la organización dada al estudio de los procedimientos de cálculo escrito en el Programa de Matemática de tercer grado (145: 47) permite una secuencia lógica en función del aprendizaje de los alumnos: dar tratamiento al procedimiento de la adición y su inversa primero, después al de la multiplicación y su inversa; además, en cada operación se avanza por niveles de dificultad, desde los más simples y fáciles hasta los más complejos y difíciles.

Este ordenamiento “garantiza la elevación efectiva, la asimilación consciente de las ampliaciones de los procedimientos, teniendo muy en cuenta la independencia de los alumnos y el desarrollo de las capacidades.” (77: 55).

El autor considera que esta concepción en tanto favorece el avance gradual de los alumnos crea condiciones para que ellos participen activamente en la elaboración del sistema de conocimientos al pasar en una misma operación de cálculo de un nivel de dificultad a otro y de una operación a otra, puesto que el procedimiento del cálculo escrito de cada operación se conforma progresivamente al tratar los ascendentes niveles de dificultad, para los cuales se debe ampliar un paso ya conocido o añadir un paso nuevo.

El conocimiento de un procedimiento de cálculo se inserta en la fase de orientación o creación de una base orientadora, fase a la que suceden otras dos: la formación y desarrollo de la habilidad y la aplicación de la habilidad ante nuevas situaciones.

Esta estructura metodológica está expuesta en la obra de E. Geissler (y coautores) al explicar el desarrollo del proceso para la formación de habilidades (76: 75-84), fundamentada esencialmente en la teoría de la formación de acciones mentales por etapas, de P. Ya. Galperin. Tanto en las orientaciones metodológicas para la asignatura de Matemática vigentes, como en la organización de los contenidos en los correspondientes libros de texto actuales se reconoce la concreción de esa estructura. La creación de la base orientadora está precedida por el aseguramiento del nivel de partida y en ella se incluyen el reconocimiento del tipo de ejercicio y sus características, la toma de conciencia del objetivo de la acción, la sucesión de pasos de la acción (habilidad) y la posibilidad de control de los resultados (78: 176-177).

En las fuentes consultadas se constata que al momento de la fase de orientación consistente en presentar, elaborar u obtener la sucesión de pasos que conforman el procedimiento objeto de la actividad, en este caso los pasos para el cálculo escrito, se le asocian términos distintos como *introducción*, *presentación*, *impartición*, *elaboración* y *obtención*, sin que ellos impliquen por sí mismos en ese contexto el método que se ha de seguir en el proceso del tratamiento de lo nuevo.

En las orientaciones metodológicas para los maestros, elaboradas por colectivos de autores especialistas, el término más usado es el de *introducción* (208: 49, 59, 62, 74)

(107: 111, 125). En esos mismos materiales también suele emplearse el término *presentación* (208: 65) (107: 121, 125), el cual consta en *Metodología de la Aritmética* de D. M. Escalona (58: 6). El término *impartición* se puede ver en textos especializados sobre la metodología de la enseñanza de la Matemática (76: 81) (77: 139) (18: 251), lo mismo que el de *elaboración* (77: 151) (96: 52), también frecuentemente empleado en los textos con orientaciones metodológicas para los maestros (208: 50, 57).

Es criterio del autor que el término de **presentación** es el apropiado para designar el primer encuentro del alumno con el tipo de ejercicios de cálculo para el cual se llegará a tener un procedimiento, incluyendo la caracterización del ejercicio, pero no el procedimiento que será objeto de aprendizaje, pues, independientemente del método de enseñanza que seguidamente a esa presentación se emplee para que el alumno disponga de la sucesión de pasos de cálculo, el reconocimiento del tipo de ejercicio siempre debe de ocurrir como uno de los puntos de partida (77: 81).

El término *obtención del procedimiento* no ha sido utilizado por los autores Albarrán Pedroso, León Figueras (et. al) ni por Villalón Inchaústegui (et. al) en sus materiales metodológicos para los maestros en los cuales han explicado y ofrecido recomendaciones para el tratamiento del cálculo, tanto oral como escrito. Pero sí lo emplea M. Álvarez Pérez junto a otros autores en *Tratamiento de la Aritmética*:

“El maestro debe asegurar las condiciones previas y situar a los estudiantes ante una situación que estimule la actividad cognoscitiva de los mismos y los oriente hacia la obtención de un procedimiento para la resolución del ejercicio de cálculo en cuestión. Se sugiere dejar a los alumnos reflexionar y elaborar sus propios métodos de resolución, los cuales serán analizados mediante una discusión grupal en función de su pertinencia y racionalidad” (13: 12)

Al analizar ese planteamiento no queda totalmente esclarecido si solo habría *obtención* del procedimiento cuando este sea el producto de una elaboración propia de los alumnos; de ser así, entonces habría una restricción tal que dejaría fuera a las demás formas mediante las cuales los alumnos pueden llegar a tener delante de sí, previo a la ejecución, el procedimiento de cálculo objeto de aprendizaje.

Para el autor de la tesis la **obtención del procedimiento** es el momento de la fase de orientación de la actividad cognoscitiva durante el cual los alumnos llegan a tener

delante de sí la sucesión de indicaciones o pasos necesarios para ejecutar la acción objeto de aprendizaje, independientemente de la vía metodológica que el maestro haya seguido para ese resultado. En este caso la acción objeto de aprendizaje es calcular el tipo de ejercicio previamente presentado.

Se concuerda con Ballester Pedroso y coautores en cuanto a que “El proceso de obtención tiene como punto metodológico esencial la determinación de la sucesión de indicaciones con carácter algorítmico que permite a los alumnos realizar un cierto procedimiento de trabajo.” (18: 252-253)

Para el autor existe un planteamiento de la Dra. J. López Hurtado merecedor de máxima atención cuando de obtener las sucesiones de pasos que conforman los procedimientos de cálculo escrito en tercer grado se trata: “Si siempre el maestro ofrece a sus alumnos la orientación plena, necesaria para realizar la actividad, ¿cómo desarrollar entonces en ellos la búsqueda propia, que pueda contribuir a su independencia y creatividad?” (112: 35)

Una respuesta está en la aplicación del método de búsqueda independiente, pero no una búsqueda por ensayos y errores, sino estructurada, elaborada por el maestro y sus alumnos, cuestión esta última planteada por López Hurtado, y en la que “es importante variar condiciones y establecer relaciones y dependencias, determinándose lo común en el procedimiento para cada situación analizada (...) de manera que puedan llegar a obtenerlas con la mayor independencia posible” (18: 255).

Así se estaría en presencia de un proceso de obtención de los procedimientos de cálculo escrito con características muy particulares que el autor define operacionalmente sobre la base de tres criterios:

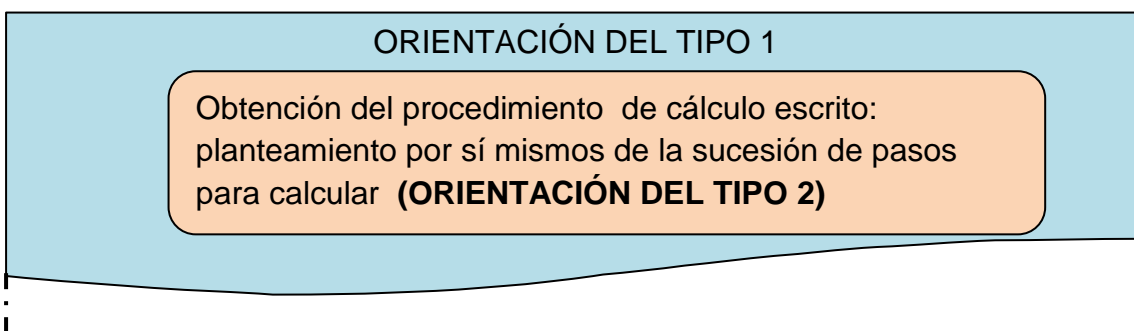
- el contenido que asocia W. Jungk a la fase de la orientación para la formación de acciones mentales (95: 39),
- lo planteado por N. F. Talízina acerca del método general de elaboración de la base orientadora de la acción (189: 88-89), y
- la concepción de M. Álvarez Pérez y coautores acerca del proceso de obtención de los procedimientos de cálculo (13: 12).

Como definición operacional en la obra se asume que el **proceso de obtención de los procedimientos de cálculo mediante búsqueda independiente** es el transcurso de

*un momento de la fase de orientación en el cual, bajo la mediación del maestro, los alumnos reconocen la necesidad de apropiarse un nuevo procedimiento de cálculo, reciben la base orientadora para el despliegue de su actividad cognoscitiva en función de esa necesidad, realizan la búsqueda y llegan a la generalización de una sucesión de pasos de cálculo escrito de una operación con números naturales formulada con palabras propias, aun susceptible de ser mejorada.*

Luego, en la fase de orientación para la obtención de los procedimientos de cálculo escrito mediante búsqueda independiente ocurre una doble orientación con propósitos distintos y de tipos diferentes. La primera orientación está en relación con la macro acción o búsqueda del nuevo procedimiento de cálculo, es una orientación del tipo 1, o sea, es elaborada por el orientador. En el caso de la segunda orientación se trata del logro del objetivo de la búsqueda, es decir, hallar el procedimiento para la acción de calcular. Es una orientación del tipo 2, elaborada por el alumno como resultado de la actividad de búsqueda.

Lo anterior se resume en la idea de que el alumno es orientado para que se oriente en cómo realizar una operación de cálculo, lo cual se ilustra en la figura 1.



**Figura 1: Esbozo de la fase de orientación en el proceso de obtención de los procedimientos de cálculo escrito mediante búsqueda independiente.**

Proceder de esa manera en la orientación tiene valor metodológico para la actividad cognoscitiva de los alumnos. “La orientación, cuando se ajusta a lo necesario, permite que en el alumno se formen procedimientos generalizados para abordar la solución de tareas similares e inclusive de otros tipos de tareas...” (29: 30)

En la práctica, el proceso de obtención de los procedimientos de cálculo mediante búsqueda independiente incluye la realización didáctica de aspectos metodológicos y



de contenido. En el primer caso está la entrega o actualización de los materiales de orientación correspondientes (tareas de aprendizaje y su instrumentación por medio de indicaciones para la actividad), el planteamiento del método para el trabajo con el material entregado y la dirección de los procedimientos del método. Como aspecto del contenido corresponde el hallazgo por los alumnos de la sucesión de pasos para la ejecución del procedimiento de cálculo.

Consecuentemente, para este proceso el autor ha determinado las siguientes dimensiones e indicadores:

#### Dimensión 1: Actividad mediadora del maestro

Indicadores de esta dimensión:

- 1.1 Creación de las condiciones para facilitar la orientación y desarrollo del proceso de obtención de la sucesión de los pasos de cálculo o su ampliación.
- 1.2 Orientación para el trabajo de obtención o ampliación de la sucesión de pasos de cálculo.
- 1.3 Dirección de los procedimientos del método aplicado para la obtención o ampliación de la sucesión de pasos de cálculo.
- 1.4 Adecuado manejo del contenido y del vocabulario técnico inherente a la sucesión de pasos de cálculo.
- 1.5 Control de la actividad de los alumnos y atención diferenciada durante la obtención de la sucesión de los pasos de cálculo o su ampliación.

#### Dimensión 2: Actividad de los alumnos

Indicadores de esta dimensión:

2. 1 Actitud ante la demanda y la tarea de aprendizaje sobre el nuevo procedimiento de cálculo
2. 2 Despliegue de acciones ejecutoras para obtener o ampliar la sucesión de pasos de cálculo.
2. 3 Descripción (en forma oral o escrita) de la sucesión de los pasos de cálculo formulada por sí mismos.
- 2.4 Clima afectivo y de comunicación entre iguales durante el trabajo obtención o ampliación de la sucesión de pasos de cálculo.
- 2.5 Ejecución de la sucesión de pasos de cálculo.

Es consideración del autor que el indicador *descripción (en forma oral o escrita) de la sucesión de los pasos de cálculo formulada por sí mismos* deviene el producto medible más inmediato de la actividad de los alumnos en el proceso de obtención del procedimiento de cálculo, ella es reflejo de que el alumno ha comprendido la validez general del procedimiento (76:73).

Además, “Mediante la descripción se estimula la actividad analítico-sintética, se toma conciencia de los puntos de vista, de las relaciones y del contenido matemático” (76:73), funciones que se fortalecen cuando se trata de una descripción que les exige a los alumnos razonar, llegar a conclusiones, ordenar las ideas y formalizar la expresión de ellas para sí mismos y para los demás en un lenguaje apropiado.

La independencia y participación de los alumnos son esenciales en el desarrollo del proceso, aspectos que no significan exactamente trabajo individual, aun cuando de este no se prescinde. “Las acciones bilaterales y grupales ofrecen la posibilidad de que se traslade de un alumno a otro, o del maestro al alumno, elementos del conocimiento que pueden faltarle (qué) y el procedimiento a seguir en la realización de la tarea (cómo).” (152: 13)

El desenvolvimiento de la actividad mental e instrumental durante el proceso de obtención del procedimiento de cálculo tendrá como base aspectos específicos del contenido ya asimilado junto a las habilidades y capacidades de carácter más general de las cuales ya los alumnos tienen cierto desarrollo, además de poseer algunas experiencias en el trabajo independiente durante la actividad de estudio.

Las operaciones mentales de análisis-síntesis, comparación, abstracción y generalización son propias del proceso de obtención de los procedimientos de cálculo mediante el método de búsqueda independiente, lo que significa que desde el punto de vista de la actividad de los alumnos es básicamente un proceso de pensamiento mediado por los recursos didácticos concebidos por el maestro.

### **I.1.3- El método de búsqueda independiente para la obtención de los procedimientos de cálculo escrito**

La aplicación del método de búsqueda independiente para la obtención de sucesiones de indicaciones con carácter algorítmico ha sido declarada por W. Jungk y S. Ballester

Pedroso junto a un colectivo de coautores; particularmente, para la obtención de los procedimientos de cálculo ha sido declarada por E. Geissler junto a otro colectivo de coautores. Otros autores también han abordado la búsqueda independiente, pero en general no se ha expuesto un despliegue teórico acerca de este método.

M. N. Skatkin plantea: “El proceso de asimilación de los conocimientos puede producirse también como resultado de la búsqueda independiente mediante la solución de un problema cognoscitivo. Y hasta un alumno de primer grado es capaz de resolver problemas cognoscitivos poco complejos” (183: 9). Se está plenamente de acuerdo con él, pero en su declaración el carácter de la búsqueda independiente como método no queda explícito, más bien ese carácter se le concede a la solución de problemas, incluso como métodos explica y ejemplifica la búsqueda parcial y el investigativo (183: 15, 17)

El mismo enfoque de Skatkin es el que le da N. A. Menchinskaia a la búsqueda independiente: “(Una) segunda forma de dirección del proceso de aprendizaje se caracteriza por plantear a los alumnos tareas de tipo problémico que exigen de ellos la búsqueda independiente del modo de resolver el problema, lo que no excluye la posibilidad de dirección.” (128: 182). Ninguno de estos dos autores explicitan los rasgos que le dan identidad propia a la búsqueda independiente como un método de enseñanza, ambos la enfocan como una vía para resolver problemas.

V. P. Stresikosin lo aborda como el método investigativo (188: 24), pero de aceptar que ambos son el mismo método entonces no sería aplicable a la obtención de procedimientos de cálculo con escolares menores dadas las particularidades del desarrollo mental de estos para concebir todo el transcurso de la solución del problema investigado.

L. B. Itelson no le da el carácter de método, sino “una posición del estudiante por la función que este realiza en la situación pedagógica” (92: 97). Cuando lo explica deja claro que se trata de “autoaprendizaje natural” caracterizado por la elección de preguntas y problemas que surgen por “haber despertado en los alumnos asombro, curiosidad, interrogantes e intereses mediante el enfrentamiento con hechos y situaciones poco comunes e impresionantes” (92: 98). No se está, por tanto, ante la

concepción que se necesita del método de búsqueda independiente para la obtención de los procedimientos de cálculo.

Este mismo autor explica otra posición del estudiante en la situación pedagógica a la que llama “búsqueda organizada dirigida desde fuera” (92: 97) a la cual le asocia entre sus métodos típicos el planteamiento de problemas y tareas, el debate y la discusión (90: 98), en lo cual el autor de la tesis ve una mayor aproximación al tipo de búsqueda independiente aplicable a la obtención de los procedimientos de cálculo.

Y. K. Babanski la define como “la actividad que el alumno realizará después de sus estudios en la escuela” (17: 61), definición que además de demasiado amplia significa de hecho que no es un método para la clase propiamente. Es de todas las posiciones vistas la menos aceptada por el autor de la tesis.

M.I Majmutov utiliza el término *búsqueda independiente* refiriéndose a las dos formas en que los alumnos resuelven las tareas cognoscitivas, bien empleando un principio de solución ya preparado, o bien infiriendo el principio de solución sobre la base del análisis de los ejemplos presentados.

En ambos casos se trata de decidir el cómo resolver determinada tarea sin que ello implique la obtención de un nuevo conocimiento de carácter general.

Como métodos en sí este autor explica el de búsqueda parcial y el investigativo. A este último Majmutov lo denomina simplemente método de *búsqueda* (115: 322-323), el cual presupone exigencias mayores que el método de búsqueda independiente y ocurriría lo ya considerado al comentar el punto de vista de V. P. Stresikosin.

G. Labarrere y G. Valdivia reconocen la búsqueda independiente como la esencia del trabajo independiente (103: 111), no como un método más. Estas autoras explican los métodos de búsqueda parcial y el investigativo como métodos productivos (103: 117). Por su parte, P. Torres Fernández explica el método de búsqueda parcial como un método problémico (197). Al cotejar estas explicaciones se distinguen características de la búsqueda parcial atribuibles también a la búsqueda independiente, pero no se aprecia que ambas sean una identidad.

M. Silvestre Oramas expresa respecto a la búsqueda del conocimiento: “Consideramos como una exigencia básica la de estructurar el proceso de enseñanza aprendizaje hacia la búsqueda activa del conocimiento por el alumno.” (181: 26) y más adelante:

“...Se trata de que el estudiante busque al menos una parte importante de la información, no como un proceso de redescubrimiento científico, sino como un proceso de búsqueda reflexiva de la información que no se posee, y que exista una orientación que le permita saber qué necesita, qué le falta y cómo buscarla.” (181: 27).

Como se puede ver, Silvestre Oramas se ha referido a la búsqueda independiente –aun cuando no emplea esta última palabra- como un proceso, pero como en su declaración incluye orientar a los alumnos en “cómo buscar” lo que necesita, lo que le falta, y que el estudiante busque, entonces es evidente la necesidad de un método que al desarrollarlo coincidiría esencialmente con el propio proceso al que se refiere.

M. Álvarez Pérez y coautores, además de apelar por un proceso de obtención de los procedimientos de cálculo que implique la actividad de análisis, reflexión y generalización por los propios alumnos de forma que sean ellos mismos quienes lleguen a plantearse cómo van a calcular –lo cual se entiende por actividad de búsqueda independiente- proponen como ejemplos la elaboración de los procedimientos de la sustracción y la multiplicación de números de dos o más lugares pero se limitan a mostrar la posibilidad de hacerlo desde el punto de vista matemático (13: 12), más que desde lo didáctico, pues no exponen las formas de trabajo del maestro y de los alumnos durante ese proceso.

Las autoras E. Escalona Serrano y M. C. González Dosil han abordado el aprendizaje por descubrimiento de las matemáticas e identifican dos variantes metodológicas: *enseñanza por investigación* o resolución de problemas y *enseñanza por descubrimiento dirigido* o redescubrimiento (57: 38).

En la explicación y ejemplificación dada por estas autoras a la *enseñanza por descubrimiento dirigido* (57: 40-43), se ilustran varios elementos en cuanto a la concepción de lo didáctico para el descubrimiento por medio de la búsqueda, es decir, se exponen aspectos sobre procedimientos, la instrumentación que se necesita y el papel del maestro y de los alumnos para hallar el conocimiento considerados por el autor de la tesis como propios del método de búsqueda independiente.

N. F. Talízina se refiere a la búsqueda independiente como un método para obtener la base orientadora para la acción en los siguientes términos: “La elaboración independiente de la BOA (base orientadora para la acción) puede operarse a su vez

por dos vías distintas: mediante “pruebas y errores” en el mismo proceso de cumplimiento de la acción o mediante una aplicación consciente del modo (método) general de elaboración de la base orientadora de la acción. Este último puede ser recibido por el alumno en forma ya preparada o encontrado por él independientemente.” (189: 88-89)

Como se ha visto, la búsqueda independiente como método de enseñanza aprendizaje en general o como método del proceso para la obtención de los procedimientos o sucesiones de pasos con carácter algorítmico tiene disímiles acepciones o interpretaciones en diversas fuentes relacionadas con la Didáctica o las metodologías de las asignaturas y no ha sido suficientemente explicada ni ejemplificada, especialmente tratándose del cálculo aritmético en los primeros grados de la enseñanza primaria. Por todo eso ha sido una necesidad del autor conformar una concepción del método de búsqueda independiente para su aplicación en la obtención de los procedimientos de cálculo.

Para el autor, la búsqueda independiente es un método con carácter problémico para el aprendizaje productivo y en la definición operacional que ofrece de él con vistas a su aplicación en la obtención de los procedimientos de cálculo escrito toma la segunda de las vías planteadas por N. F. Talízina: aplicar conscientemente el modo (método) general de elaboración de la base orientadora de la acción el cual es recibido por el alumno en forma ya preparada.

Luego, el método de búsqueda independiente para la obtención de un procedimiento de cálculo es el *método que tiene por objetivo que los alumnos obtengan por sí mismos las sucesiones de pasos para realizar las operaciones fundamentales de cálculo, a partir de la solución independiente de una tarea de aprendizaje, estructurada y orientada por el maestro, que implique en los alumnos la aplicación del saber y el poder matemáticos de los cuales ya se han apropiado y la consideración de analogías existentes entre –al menos- un procedimiento de cálculo ya aprendido y el nuevo procedimiento del que deben apropiarse.*

El autor ha reconocido semejanzas y diferencias entre el método de búsqueda independiente y los métodos de elaboración conjunta, búsqueda parcial e investigativo, vistos tanto en su concepción general como en su aplicación para la asignatura de

Matemática. Para ello se ha tenido en cuenta la teoría sobre estos métodos expuesta por L. Klinberg, G. Labarrere y P. Rico, entre otros didactas, además de los elementos metodológicos aportados por W. Jungk, W. Zillmer, S. Ballester y P. Torres.

Como resultado de la sistematización hecha se han elaborado los cuadros 1 y 2 sobre la base de dos criterios: la actividad del maestro y la actividad de los alumnos. En el primero se plantean las semejanzas percibidas y en el segundo las diferencias consideradas por el autor.

Cuadro 1: Semejanzas de algunos métodos con el método de búsqueda independiente.

Métodos	Actividad del maestro	Actividad de los alumnos
Elaboración conjunta	Conduce la actividad productiva de los alumnos mediante preguntas e impulsos.	Analizan a partir de las preguntas del maestro; reproducen conocimientos; describen y elaboran conclusiones mediante las cuales generalizan características o relaciones.
Búsqueda parcial o método heurístico	Organiza la actividad independiente de los alumnos para la obtención del nuevo conocimiento a partir de tareas o preguntas problémicas.	Aplican sus conocimientos, hábitos, habilidades y capacidades y despliegan su actividad mental mediante operaciones como analizar, comparar, sintetizar y generalizar. Trabajan en la solución de un problema.
Investigativo	Orienta en general la actividad independiente de los alumnos a partir de una tarea o problema que debe ser resuelto.	Despliegan los rasgos de la actividad creadora al trabajar en la solución de un problema.

Cuadro 2: Diferencias entre algunos métodos y el método de búsqueda independiente.

Métodos	Actividad del maestro	Actividad de los alumnos
Elaboración conjunta	La conducción de la actividad de los alumnos es frontal, lo	Aunque todos los alumnos intenten desplegar su actividad, suelen ser

	cual reduce las posibilidades para una diferenciación en la realización de la actividad cognoscitiva.	los alumnos aventajados los que intervienen en la conversación de clase cuando se trata de generalizar el conocimiento nuevo.
----- Búsqueda independiente	----- La conducción puede asumir el trabajo individual, en parejas o en pequeños grupos.	----- Cada alumno puede expresar en la clase el resultado de su propio trabajo, aun cuando no sea el resultado ideal.
Búsqueda parcial o método heurístico	Las tareas e indicaciones para su solución no se plantean desde un inicio como un todo, sino progresivamente. Son más reducidas las condiciones para la atención diferenciada. ----- La tarea y las indicaciones para resolverla se plantean como un todo luego de orientado el objetivo de la actividad, lo cual favorece que en el transcurso de esta el maestro disponga del tiempo para la ayuda individual necesaria.	Dependen en gran medida de algunos rasgos de la palabra oral del maestro: ritmo, inflexiones, diversidad de signos para el mismo significado. Se les obstaculiza el tiempo de reacción entre una y otra indicación del maestro, algunos pueden perder el espacio para probar sus fuerzas. ----- Despliegan su actividad sobre la base de un plan para la solución de la tarea, preferiblemente de forma escrita. Dependen menos de la voz del maestro. Se ven emplazados a probar sus fuerzas y tienen el espacio para demostrar hasta dónde pueden.
----- Búsqueda independiente		
Investigativo	La orientación se concreta a una tarea o problema que debe ser resuelto.	Planifican todas las etapas y medios del proceso de solución de la tarea o problema, lo cual exige un



----- Búsqueda independiente	----- La orientación incluye también el plan para llegar al resultado esperado, dado primero en la hoja de trabajo y luego, si es necesario, en las ayudas del maestro sobre cómo avanzar en la solución de la tarea.	despliegue máximo de la actividad creadora. ----- Trabajan solamente en tres etapas del proceso investigativo: ejecución del plan, formulación de la solución y comprobación de la solución hallada.
---------------------------------	--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

Al someter el método de búsqueda independiente para la obtención de los procedimientos de cálculo a un análisis de los aspectos del método de enseñanza tomados en cuenta por L. Klingberg (99: 284-288), el autor de la tesis expone seguidamente sus propias consideraciones.

a) Relación enseñanza-aprendizaje

El método de búsqueda independiente proyecta la relación dialéctica entre los procesos de enseñar y de aprender, el primero manifestado en las acciones de dirección del maestro: planificación y estructuración de la tarea de aprendizaje y orientación y control durante la actividad de los alumnos; el segundo en la ejecución de la tarea de aprendizaje con el objetivo expreso de la apropiación de un nuevo conocimiento y, menos evidente, el de la apropiación del método de solución de la tarea.

b) Relación instrucción-educación

El método de búsqueda independiente tiene implícita la unidad de lo instructivo y lo educativo, pues en la misma medida en que se proyecta la obtención de un procedimiento de cálculo educa en la disciplina ante la tarea escolar, contribuye a la formación de la voluntad para resolver los obstáculos y fomenta las relaciones interpersonales en el proceso de solución de la tarea y la valoración de los resultados.

c) Aspectos lógico y psicológico

El método de búsqueda independiente se ha proyectado para aplicarlo a la obtención de procedimientos de cálculo y, por tanto, se adecua convenientemente a la lógica interna de ese objeto de enseñanza. Los sujetos del proceso de trabajo con el objeto son escolares menores, por lo que tal proyección se hace también en función de las

particularidades del desarrollo psicológico de ellos, para lograr la preparación y aceptación del trabajo con el objeto y la penetración en su lógica.

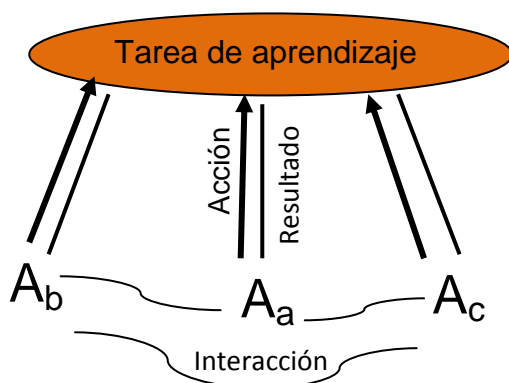
d) Aspectos externo e interno

El aspecto externo del método está determinado por sus procedimientos y las formas de organización de la actividad. Los **procedimientos** fundamentales del método de búsqueda independiente son la *conversación socrática*, el *trabajo independiente en la solución de tareas* y la *confrontación de resultados*.

La *conversación socrática*, además de manifestarse en las preguntas de control orales y en el aseguramiento del nivel de partida propias de la parte preparatoria para el tratamiento del nuevo contenido, se manifiesta durante el proceso de obtención del conocimiento en el intercambio personal con el alumno –u ocasionalmente grupal- que permite al maestro reconocer los avances y también la necesidad inmediata de la ayuda para progresar en la actividad independiente.

El *trabajo independiente en la solución de tareas* es el procedimiento básico del método de búsqueda independiente para la obtención de los procedimientos de cálculo escrito. Este procedimiento es el que realmente conducirá a la búsqueda y consecuentemente a un aprendizaje productivo, razón por la cual tiene que ser cuidadosamente preparado por el maestro.

Durante el trabajo con la tarea y estimulados por el maestro los alumnos pueden intercambiar entre sí, en parejas o pequeños grupos, sus observaciones sobre el material de estudio, dudas, resultados parciales, puntos de vista o posibles formas de expresar las ideas, así como comparar el resultado obtenido, en esencia: ayudarse mutuamente. Estas relaciones están reflejadas en la **figura 2**.



**Figura 2: Relaciones alumno-tarea de aprendizaje y alumno-alumno**

El procedimiento de *confrontación de resultados* se manifiesta básicamente en la valoración y evaluación de los conocimientos obtenidos y expuestos por los alumnos, pero se evidencia también en el posible intercambio de puntos de vistas tanto al proceder como al exponer a viva voz los resultados obtenidos.

La *confrontación* de resultados o puntos de vista es una acción característica del procedimiento *discusión* –a veces llamado *debate*- reconocido por numerosos autores (18: 172), (94: 129), (215: 125), (99: 334), (103: 113), o de la propia dinámica de una conversación de clase. Por las características de los escolares para los que se concibe el método que se explica, no se estaría realmente ante una verdadera discusión, de ahí la preferencia por el término *confrontación de resultados*.

El método de búsqueda independiente, por su esencia, presupone que cada alumno deviene sujeto de su propio aprendizaje, por lo cual luego de un primer momento de orientación frontal, pueden adoptarse como **formas de organización de la actividad** de los alumnos el trabajo individual, por parejas o el trabajo en pequeños grupos.

En cuanto al aspecto interno del método de búsqueda independiente para la obtención de los procedimientos de cálculo escrito, se reconoce que está estrechamente relacionado con el método heurístico: ambos tienen en cuenta la comparación de casos con cierta similitud para la identificación de rasgos análogos, por lo cual se declara que la *consideración de analogías*, en tanto principio heurístico, es una condición especial en la estructuración didáctica del método de búsqueda independiente para la obtención de los procedimientos de cálculo.

Desde el punto de vista de los procesos lógicos del pensamiento, el método de búsqueda independiente para la obtención de los procedimientos de cálculo transcurre, fundamentalmente, sobre la base de la comparación de casos, el análisis, la síntesis y la generalización. Es un método reductivo, pues además de las consideraciones sobre analogías entre procedimientos, se parte de proposiciones verdaderas y se llega a nuevas proposiciones cuya verdad no está asegurada. Adopta, en general, la forma del método inductivo.

El método de búsqueda independiente para la obtención de los procedimientos de cálculo escrito implica el trabajo independiente de los alumnos, específicamente el tipo de trabajo independiente *de reconstrucción y de variación*, caracterizado por P. I.

Pidkasisti. “Los trabajos de este tipo preparan a los alumnos para solucionar una parte de las tareas (problema), preparan al alumno psicológica y prácticamente para la búsqueda de los medios que le permitan aplicar los conocimientos asimilados, como instrumentos dirigidos a poner de relieve las dependencias funcionales.” (142: 131)

La búsqueda tiene como elemento básico orientador la **tarea de aprendizaje** concebida como un objetivo parcial que deben lograr los alumnos sobre el aspecto instructivo declarado en el objetivo general de la clase más el conjunto de indicaciones de trabajo independiente para lograrlo. Esta tarea debe tener el carácter cognoscitivo explicado por P. I. Pidkasisti (142: 121) y su realización debe permitir en los alumnos el traspaso de lo conocido a lo desconocido y contribuir al desarrollo en ellos del poder creador, la iniciativa y la originalidad, cuestión esta planteada por A. Aguayo en su concepción de la escuela nueva (4: 58).

Considera Majmutov que la tarea cognoscitiva contiene una pregunta como forma lógica de expresión del problema. El autor comparte esta posición última, pero bajo la condición de no restringir la pregunta al significado estrictamente literal de este término, sino que por *pregunta* puede entenderse también la incógnita que un ejercicio, una tarea o un problema pueden llevar implícitamente, no formalmente declarada como una interrogante, y que en todo caso es el aspecto interno movilizador de la actividad mental de los alumnos.

e) Aspectos objetivo y subjetivo

El método de búsqueda independiente existe, es objetivo. En su concepción didáctica y en el ulterior desarrollo de las acciones planificadas influyen varios factores subjetivos, entre ellos la preparación metodológica que tiene el maestro y la motivación por el empleo de métodos de enseñanza no rutinarios; en menor medida puede influir la experiencia en el trabajo con los procedimientos de cálculo.

f) Relación entre procedimiento y medio de enseñanza

Al considerar la categoría **medios de enseñanza** para la realización del método de búsqueda independiente para la obtención de los procedimientos de cálculo escrito, se tiene en cuenta que por tal denominación se entiende “los medios materiales necesitados por el maestro o el alumno para una estructuración y conducción efectiva y racional del proceso de educación e instrucción” (99: 420) o más estrictamente las

imágenes o representaciones especialmente creadas para el proceso de enseñanza aprendizaje.

Se prefiere que con la tarea de aprendizaje y su instrumentación se conforme una hoja de trabajo, la cual deviene un medio de enseñanza fundamental del método de búsqueda independiente. Otros medios complementarios son láminas o tarjetas en las cuales aparezcan modelos de la descripción de los procedimientos de cálculo

En la hoja de trabajo se deben distinguir dos aspectos principales: *presentación e indicaciones* para la búsqueda independiente. La presentación contiene un mensaje breve que convoca al alumno para el trabajo por alcanzar una meta enunciada explícitamente. Las indicaciones constituyen un sistema que permita el avance, paso a paso, desde lo dado hasta lo buscado; el resultado de la última indicación será la sucesión de pasos del procedimiento expresados en un texto escrito.

Este medio es una condición para propiciar la independencia en el trabajo de los alumnos al no tener que depender en todo momento de la palabra oral del maestro, permite mejor atención diferenciada de los alumnos de acuerdo a sus posibilidades para el avance progresivo en el transcurso de la solución de la tarea, y favorece la optimización del tiempo para aquellos alumnos que despliegan su actividad cognoscitiva con mayor rapidez.

Las láminas o tarjetas con los procedimientos de cálculo tienen su uso antes de iniciar el proceso de obtención para reactivar procedimientos ya aprendidos y para finalizar el proceso en función del perfeccionamiento de las sucesiones de pasos planteadas por los alumnos.

En correspondencia con los criterios para caracterizar los métodos de enseñanza aprendizaje dados por S. P. Baranov (19: 62), el autor de la tesis considera que el método de búsqueda independiente para la obtención de los procedimientos de cálculo tiene **influencia educativa**, **carácter sistemático**, es **asequible**, propicia la **solidez de los conocimientos** y permite la **individualización y diferenciación**.

Influencia educativa: contribuye a la formación del pensamiento dialéctico materialista de los escolares primarios, propicia el entrenamiento en la formación de puntos de vista y favorece la influencia entre el maestro y los alumnos y entre los propios alumnos

respecto a la formación de valores, rasgos volitivos del carácter y manifestaciones correctas de la conducta.

Carácter sistemático: a este método le es inherente una intensa actividad intelectual, es decir, exige y conduce al desarrollo de las capacidades intelectuales, por tanto tiene influencia en el desarrollo de los alumnos, dándose esto no solo por su empleo en una clase específica, sino como por su vinculación con el sistema de métodos existentes.

Asequibilidad: para su concepción y aplicación existen premisas que lo sustentan: el nivel alcanzado por los alumnos, tanto en el saber y el poder matemáticos adquiridos como en el desarrollo de las habilidades generales intelectuales; el contenido de la materia de enseñanza en el cual se aplica no es de difícil comprensión, y el tipo de conocimiento que se elabora, en este caso un procedimiento de cálculo, ha sido predominante en el estudio de la Matemática, tanto en el grado tercero como en los antecedentes.

La asequibilidad del método de búsqueda independiente para la obtención de los procedimientos de cálculo escrito requiere que en su estructuración didáctica se emplee un lenguaje claro y preciso desde la perspectiva de las operaciones mentales y los razonamientos que se exige a los alumnos, correspondiéndose las demandas con las posibilidades de asimilación de los conocimientos en los escolares primarios de tercer grado.

Solidez de los conocimientos: conduce a un conocimiento previamente planificado, “visto” inicialmente en la aspiración de alcanzar un objetivo para resolver una necesidad reconocida, expresado después como resultado del despliegue de la actividad mental generada, tanto por las posibilidades reales del desarrollo intelectual de cada alumno, como por la estimulación de las potencialidades de dicho desarrollo intrínsecas en la tarea de aprendizaje que mueve el trabajo independiente de los alumnos. Resulta, por tanto, un método productivo.

Individualización y diferenciación: es adaptable a las formas de actividad de los alumnos, lo cual parte de considerar desde su probable proyección el diagnóstico integral del grupo escolar y de cada alumno en particular. Las características generales y particularidades individuales determinan en la decisión de pertinencia del método, pero se tendrá en cuenta que la enseñanza debe tirar del desarrollo y solo conduciendo

la clase con métodos que estimulen y activen la actividad intelectual de los alumnos se materializa dicho postulado. El trabajo diferenciado se concreta por medio de niveles de ayuda previamente concebidos.

## **I.2 Posiciones teóricas generales asumidas para una concepción del proceso de obtención de los procedimientos de cálculo escrito**

La **teoría dialéctico – materialista del conocimiento** se asume como la vía genuinamente científica más general que caracteriza la cognición como una unidad dialéctica de lo sensorial y lo racional. El hecho de que “Todos los conocimientos proceden de la experiencia, de las sensaciones, de las percepciones” (106: 118) es un aspecto clave a tener en cuenta desde que los escolares se enfrentan a la obtención de los primeros conocimientos curriculares.

Entre los principios fundamentales de esta teoría se considera particularmente importante el **principio del desarrollo**, por cuanto se debe “...no suponer jamás a nuestro conocimiento acabado e invariable, sino analizar el proceso gracias al cual el conocimiento nace de la ignorancia o gracias al cual el conocimiento incompleto e inexacto llega a ser más completo y más exacto.” (106: 94)

Se asume la categoría de **actividad** definida como “forma específicamente humana de relación activa hacia el mundo circundante, cuyo contenido es su cambio y transformación racional. La actividad del hombre supone determinada contraposición del sujeto y el objeto de la actividad” (30: 19). Esta contraposición se entiende como una relación dialéctica entre ambos elementos de la actividad, en especial cuando el objeto deviene sujeto en función de los objetivos propuestos.

El fin de la política educacional cubana expresa esencialmente la formación de la personalidad integral de los niños y jóvenes, de modo que puedan desempeñarse en correspondencia con el sistema de valores e ideales de la sociedad socialista. Este fin determina la definición de objetivos para los distintos niveles de educación escolar y sus respectivos contenidos, y la concepción de métodos y procedimientos de enseñanza – aprendizaje.

Entre las transformaciones proyectivas del Modelo de escuela primaria con vistas a lograr ese fin está la de alcanzar métodos de dirección del proceso de enseñanza

aprendizaje que contribuyan a la formación de “un niño que sea, dentro del proceso docente y en toda su actividad escolar y social, activo, crítico e independiente, siendo cada vez más protagónico en su actuación...” (159: 5)

La concepción de la clase desde posiciones didácticas tradicionales perturba el logro de los objetivos de la educación; continuar asumiendo una posición centrada en el docente y no en los alumnos, y no proyectar la actividad cognoscitiva en función del despliegue óptimo de las capacidades de los escolares, evidencian una contradicción entre el nivel de actuación del maestro y las exigencias del proceso de búsqueda de la calidad educativa, son actitudes que “...conforman todo un estilo de pensar y hacer, (que) descolocan al maestro en la contemporaneidad, es como si su tiempo biográfico no coincidiera con el histórico.” (62: 10)

De la escuela, personalizada en sus maestros, se espera que contribuya a la preparación de cada ciudadano cubano para su participación activa y creadora en la construcción del presente y en la proyección y consecución del futuro, cumpliéndose así la idea martiana de...” ponerlo a nivel de su tiempo, para que flote sobre él, y no dejarlo debajo de su tiempo, con lo que no podrá salir a flote...” (119: 75)

Una de las leyes más generales de la pedagogía reconoce la unidad entre la instrucción y la educación, mas “en el proceso de desarrollo de estas dos categorías se manifiesta la unidad y lucha de contrarios. La instrucción y la educación son dos fenómenos objetivos que en el proceso de su desarrollo se excluyen y presuponen mutuamente”. (27: 29).

Consecuentemente se asume que la enseñanza y el aprendizaje son dos procesos que conforman una unidad dialéctica, se presuponen mutuamente a la vez que cada uno de ellos tiene su identidad propia y se integran en un proceso único: el proceso de enseñanza aprendizaje, el cual es parte principal del proceso pedagógico y esencial para el desarrollo de la instrucción y la educación.

S. P. Baranov considera que la enseñanza es la “actividad cognoscitiva organizada especialmente, encaminada a la asimilación de determinados aspectos de la experiencia humana: de la ciencia, la técnica, la ideología, la moral, la cultura y el arte, lo que da a los alumnos el nivel de instrucción y educación que satisface las exigencias actuales del desarrollo social” (18: 8), definición que se comparte.



Respecto al aprendizaje se precisa tener en cuenta a I. A. Granados Guerra, J. L. Gotay Sardiñas y M. C. González Escalona quienes lo consideran como una “...actividad social con naturaleza individual por la forma de apropiación en que ocurre, realizada con los otros, con la ayuda y dirección de otros, al que le es inherente el establecimiento de relaciones mediadas por amplios procesos de comunicación que caracterizan el plano interpsicológico donde se desenvuelve el escolar” (83: 6).

La relación de dependencia del aprendizaje respecto al proceso pedagógico es explicada por B. Itelson: “El aprendizaje depende de la posición que ocupa el educando en el campo de las influencias pedagógicas, es decir, de la función que este realiza en la situación pedagógica” (92: 97). Este punto de vista se puede apreciar también en las concepciones teóricas de M. Silvestre Oramas (181: 20), F. Addine Fernández y G. Fariñas León (62), entre otros y se asume por el autor de la tesis.

Para el autor resulta muy acertada la posición de F. Addine Fernández cuando afirma que “La esencia del aprender no consiste (...) en repetir mecánicamente textos de libros ni escuchar con atención explicaciones verbales de un maestro. Consiste, eso sí, en la actividad mental intensiva a la que los estudiantes se dedican en el manejo directo de los datos de la materia, procurando asimilar su contenido.” (3: 8)

Se coincide con Rico Montero, Santos Palma y Martín-Viaña Cuervo, quienes definen el proceso de aprendizaje del escolar primario como “el proceso de apropiación por el niño, de la cultura, bajo condiciones de orientación e interacción social. Hacer suya esa cultura, requiere de un proceso activo, reflexivo, regulado, mediante el cual aprende, de forma gradual, acerca de los objetos, procedimientos, las formas de actuar, las formas de interacción social, de pensar, del contexto histórico social en el que se desarrolla y de cuyo proceso dependerá su propio desarrollo” (158: 13).

El asumir la definición de aprendizaje planteada por Rico Montero y Santos Palma significa aceptar una concepción del proceso de enseñanza aprendizaje sustentada en los enfoques de la escuela-histórico cultural. El aprendizaje como proceso altamente condicionado por diversos factores, entre ellos las características evolutivas del sujeto que aprende, las situaciones y contextos socioculturales en que ocurre, los tipos de contenidos de los cuales el alumno debe apropiarse y los recursos con que cuenta para

lograrlo, debe ser función de una enseñanza que active la zona de desarrollo próximo de los alumnos y conduzca a estados superiores de desarrollo real en ellos.

Se asume lo planteado por L. S. Vigotski en cuanto a que el proceso de desarrollo en el niño, es un resultado del proceso de apropiación de la experiencia acumulada por la humanidad a lo largo de toda la historia social y, en consecuencia lo afirmado por J. López Hurtado al declarar que "... la pedagogía ha de orientarse hacia el mañana del desarrollo infantil, solo así la enseñanza podrá despertar procesos de desarrollo que aún no se han logrado" (111: 3-4).

Al analizar cómo se produce el proceso de apropiación de la herencia cultural acumulada por el niño, López Hurtado plantea dos aspectos decisivos en él: la actividad fundamental que lo propicia y la comunicación del niño partiendo de su posición social de desarrollo, punto de vista que se comparte, al igual que el de M. Silvestre Oramas cuando afirma: "El aprendizaje, el desarrollo intelectual y la formación de sentimientos, cualidades y valores, precisan de la interacción entre las personas y de la actividad individual consecuente" (181: 40).

Dicha interacción significa **comunicación**, de acuerdo a M. Rodríguez Rebustillo, E. Moltó Gil y R. Bermúdez Sarguera y ella es factor condicionante para el aprendizaje, incluidos en él la formación de conceptos, la atención voluntaria, la memoria lógica y los estados afectivos. En tal sentido se asume el postulado de Vigotsky de que cualquier función en el desarrollo del niño aparece primero entre la gente, como una categoría intersíquica, y después como algo psicológico, como una categoría intrapsíquica.

Se comparten las consideraciones de R. Bermúdez Sarguera y M. Rodríguez Rebustillo en cuanto a que "se aprende un conocimiento o no se aprende. Si se hace es justamente porque el estudiante logró establecer las relaciones necesarias que facilitan la obtención de determinada generalización; si la explicación relacional no ocurre, entonces no tendrá lugar el aprendizaje de un conocimiento. Lo que sí puede suceder es la adquisición de determinadas cadenas verbales que el alumno emplea repetidas veces sin saber por qué y para qué lo hace." (21: 65)

La estructuración de un proceso de enseñanza aprendizaje sustentada en los postulados de la psicología marxista y especialmente en las tesis de la escuela

histórico-cultural, requiere tener en cuenta los procesos de internalización y externalización en su relación dialéctica. En tal sentido se asume que “La relación entre lo interno y lo externo solo es posible considerando el principio de la unidad de la psiquis, la actividad y la comunicación...” (83: 3)

Es importante tener en cuenta que el desarrollo psíquico del niño implica desarrollo de su pensamiento, entendido este como el proceso psíquico-cognoscitivo dirigido a la solución de problemas, por lo cual se asume que “...pensar no significa evocar o reproducir lo fijado en la memoria, sino estructurar relaciones en virtud de las fuerzas contradictorias elementales entre lo conocido y lo desconocido.” (21: 69)

El despliegue de esas fuerzas contradictorias tiene su medio en la actividad, apreciada esta como cualidad inseparable de las relaciones sociales. En tal sentido se asume el postulado de que en la actividad del niño se forman y desarrollan sus capacidades para transformar mentalmente el objeto y crear los modelos de los objetos, fenómenos y acontecimientos que no han sido percibidos directamente por él (79: 155).

En el desarrollo mental del niño ocupa un lugar importante el proceso de generalización, en cuya base están la comparación de los objetos o fenómenos, el análisis, la síntesis y la capacidad de expresar el pensamiento por medio de signos.

Se admite que “El desarrollo del pensamiento está determinado por el lenguaje, es decir, por las herramientas lingüísticas del pensamiento y la experiencia socio-cultural del niño...El crecimiento intelectual del niño depende del dominio de los medios sociales del pensamiento, esto es, del lenguaje.” (205: 54)

Se tendrá en cuenta, por tanto que “...el desarrollo de habilidades expresivas requiere de tareas que planteen al alumno problemas a resolver, incógnitas a solucionar, para las cuales tenga que disponer de todos sus recursos intelectuales. (...) Si para expresarse necesita no tan solo del código lingüístico, sino su utilización de forma personal, entonces se requiere de un aprendizaje más creativo.” (63: 147)

Los escolares de tercer grado –de acuerdo a los estudios recientes realizados sobre el desarrollo del escolar cubano- están incluidos en el *momento del desarrollo de 8 a 9 años* que se extiende hasta el cuarto grado.

Al final de este periodo deben haber logrado “la consolidación de aspectos importantes de su desarrollo, como es lo relacionado con el carácter voluntario y consciente de sus

procesos psíquicos cuyo paso gradual se inició en el momento anterior (*momento del desarrollo de 6 a 7 años*) y debe consolidarse en este...Los aspectos relativos al análisis reflexivo y la flexibilidad como cualidades del pensamiento, tienen en este momento (*momento del desarrollo de 8 a 10 años*) mayores potencialidades para su desarrollo, de ahí la necesidad de que el maestro, al dirigir el proceso, no se anticipe a los razonamientos del niño (...)." (157: 25)

"...Es precisamente durante los primeros años de la etapa escolar que las funciones intelectuales superiores, cuyos rasgos fundamentales son el conocimiento reflexivo y control deliberado, pasan al primer plano del proceso de desarrollo. La atención, previamente involuntaria, se convierte en voluntaria, y crecientemente dependiente del propio pensamiento del niño, la memoria mecánica se transforma en memoria lógica guiada por el significado, y ahora puede ser utilizada deliberadamente por el niño". (205: 91)

Al estructurar el proceso de enseñanza aprendizaje para los escolares de tercer grado habría que considerar también las características del desarrollo del pensamiento infantil en la edad de siete a diez años planteadas por J. L Rubinstein, las cuales surgen como consecuencia de la enseñanza sistemática (160: 441), entre ellas:

- El nuevo contenido origina nuevas formas de la actividad mental racional: distinción de los nexos esenciales y coincidencias causales, distinción de lo esencialmente general y mera vinculación con respecto a la misma situación.
- Las pruebas y las analogías son procedimientos típicos. Sacan conclusiones inductivas y deductivas, aunque no son conscientes los principios generales que las sustentan.
- En el lenguaje los términos –como palabras cuyo significado se deriva del contexto de un determinado sistema de conocimientos científicos y que son independientes de casuales clasificaciones procedentes de la respectiva situación-, empiezan a desempeñar una significativa función.

Aun cuando los aspectos relativos al análisis reflexivo y la flexibilidad del pensamiento de los escolares de tercer grado están en un estado de mayores potencialidades para su desarrollo, se considera que dependen en gran medida del criterio del maestro para valorar su propia actuación y la de los demás (157: 25).

El proceso de enseñanza aprendizaje de los escolares de tercer grado debe implicar la actividad cognoscitiva de los alumnos en la cual “los procesos de reproducción y de creación actúan o deben actuar, como un todo íntegro, dentro del cual los elementos de reproducción y de creación se cumplimentan recíprocamente”. (142: 127)

De tal manera se logra que “las acciones mentales, los procedimientos de trabajo intelectual que se forman en los escolares en el proceso de la enseñanza, se manifiestan después en calidad de memorización racional y reproducción de las complejidades correspondientes, de aquel material que debe consolidarse y retenerse en la memoria. De esta manera se crean las condiciones internas para el pase a nuevas formas de memoria y la elevación de la productividad de su trabajo.” (176: 66)

Las tareas de aprendizaje que se conciben para el proceso de elaboración de nuevos conocimientos deben permitir la oportunidad de que los alumnos desplieguen procedimientos de trabajo intelectual y sientan el placer de arribar a resultados lo más independientemente posible. “La obtención de conocimientos presupone el sentido de satisfacción que experimentan los escolares por sus progresos alcanzados. Ese sentido se refuerza por la aprobación, el elogio del maestro, quien tiene que enfatizar todo éxito, aunque sea muy insignificante, un ínfimo paso adelante.” (101: 258)

La clase es un medio de educación colectiva. Las potencialidades del colectivo deben aprovecharse como factor de influencias en las actitudes y conductas de los alumnos. En ella se han de tener en cuenta, aparejado a las exigencias por el cumplimiento de los deberes escolares, el trato afectuoso, la atención a la diversidad, el respeto a la individualidad y las potencialidades para la comunicación maestro-alumno y alumno-alumno.

Es importante tener presente que “...en estas edades (*8 a 10 años*), en comparación con las anteriores, la valoración del niño acerca de su comportamiento se hace más objetiva al contar con una mayor experiencia, aunque aún depende en gran medida de criterios externos (valoraciones de padres, maestros, compañeros) y esto es importante que el educador lo conozca para evitar que se `encasille` a un niño en la categoría de bueno, como si fuera bueno en todo, o de malo como si fuera malo en todo.” (157: 27)

Los objetivos de la educación determinan el contenido y los métodos de enseñanza aprendizaje, pero estos últimos tienen relevante importancia en el proceso, por cuanto

“del método de la enseñanza depende el grado en que esta influye en el desarrollo de los escolares.” (79: 191). En tal sentido se comparte la posición de que “un mismo contenido se puede impartir con diferentes resultados. Los resultados dependen de los métodos de enseñanza”. (187: 20)

Es significativa la afirmación de que “En la enseñanza el método mejor no siempre es el más corto...”(82: 35), porque se precisa tener en cuenta no solo lo que se quiere de inmediato en cuanto a conocimientos y habilidades de los alumnos, sino también qué se aspira del desarrollo como cualidad superior al aprendizaje de los escolares.

Con independencia del método que se emplee se debe tener en cuenta que “La tarea del maestro es impartir la enseñanza de su asignatura de tal forma que en la conciencia de los alumnos se forme un reflejo correcto de la realidad y puedan dominar conscientemente el contenido del material de estudio y sepan expresar sus pensamientos en forma correcta y clara.” (182: 15)

Relevante importancia se le concede también al empleo de métodos de carácter problémico, porque estos “influyen poderosamente en que se alcancen niveles superiores de desarrollo en la actividad intelectual, de desarrollo del pensamiento; favorecen la implicación del alumno en lo que analizan y aprenden; enriquecen la motivación, la comunicación con los coetáneos, la participación activa, el estímulo hacia el enjuiciamiento de lo aprendido, la independencia, la solidaridad, el desarrollo de la autoestima, la seguridad en sus ideas y actuación.” (176: 66)

Ambos tipos de métodos, inductivos y problémicos, propician llevar a la práctica lo planteado por D. González y M. N. Skatkin respectivamente: “Para aprender es necesario que el alumno investigue y adquiera el conocimiento por sí mismo y para ello es preciso que el educando sea el agente de su propio aprendizaje” (82: 50); “Las ideas, conceptos y leyes no se pueden introducir mecánicamente en la mente de los alumnos. Se deben formar necesariamente por el propio alumno, bajo la orientación y con la ayuda del maestro.” (182: 19)

Al resolver los problemas o las tareas para la actividad cognoscitiva del alumno, se ha de tener en cuenta que “Es negativa la ayuda anticipada, el razonar o expresarse por él, el interpretar 'lo que quiso decir' y no permitir que él mismo se exprese, el creer que no va a ser capaz de enfrentar las diferentes tareas que debe ir aumentando en niveles

de complejidad, el no crear situaciones que faciliten el expresarse, intercambiar criterios, acudir a los otros para escuchar su parecer u ofrecer el suyo.” (83: 6). Esta posición es totalmente compartida por el autor de la tesis.

### **Conclusiones del capítulo**

- El proceso de obtención de los procedimientos de cálculo escrito en la escuela cubana actual tiene en su base teórico-metodológica elementos tanto de las concepciones didácticas tradicionales predominantes en Cuba antes del periodo revolucionario e inicios de este como de la metodología de la enseñanza de la Matemática procedente de la extinta RDA, introducida masivamente en los inicios de los años 70 del siglo XX.
- Un proceso de obtención de los procedimientos de cálculo en el que los alumnos tengan un papel activo de búsqueda, reflexión y elaboración del conocimiento está en correspondencia con las transformaciones que se aspiran en el proceso de enseñanza aprendizaje de la Aritmética, pero se ha quedado en el marco de su declaración, al respecto falta teoría y aprendizaje proveniente de la práctica.
- El método de búsqueda independiente no ha sido suficientemente abordado en los ámbitos nacional e internacional, tanto desde una tipología general de los métodos de enseñanza aprendizaje como desde su aplicación específica para el proceso de obtención de los procedimientos de cálculo.
- La elaboración de los juicios presentados sobre el método de búsqueda independiente ha tenido su base epistemológica en conceptos, categorías, leyes y principios filosóficos, pedagógicos, psicológicos y sociológicos de base dialéctico-materialista y, especialmente, en los enfoques de la escuela histórico-cultural de L.S. Vigotsky acerca de la enseñanza, el aprendizaje y el desarrollo del niño.

## **CAPÍTULO II. DIAGNÓSTICO DEL ESTADO ACTUAL DEL PROCESO DE OBTENCIÓN DE LOS PROCEDIMIENTOS DE CÁLCULO ESCRITO EN TERCER GRADO**

En este capítulo se presenta el estudio de la situación actual del proceso de obtención de los procedimientos de cálculo escrito en tercer grado a partir de la muestra tomada en el municipio de Pinar del Río, para lo cual se dan los resultados de diferentes métodos empíricos y técnicas aplicadas sobre la base de las dimensiones e indicadores de ese proceso planteados en el capítulo I.

### **II.1 De la aplicación de los métodos empíricos y técnicas asociadas**

#### **II.1.1 Análisis de documentos normativos y metodológicos**

Fueron analizados los objetivos y contenidos establecidos en el Programa de Matemática de tercer grado y las correspondientes Orientaciones Metodológicas (OMM), así como el libro de texto Matemática 3 (LTM3); en los dos últimos se complementa y explicita la información básica del Programa de la asignatura en el grado. El análisis de esos documentos tuvo como objetivo valorar la significación del tratamiento de los procedimientos de cálculo con los números hasta 10 000 en el tercer grado, en función del alcance de los objetivos del grado y de la asignatura.

Para lograr el objetivo se partió de una caracterización del objeto a valorar, aspecto imprescindible para el investigador respecto al proceso de obtención de los procedimientos de cálculo escrito.

La caracterización del tratamiento de los procedimientos de cálculo (tanto orales como escritos) con los números hasta 10 000 se ha hecho sobre la base de tres elementos:

- posición que ocupa la presentación de procedimientos de cálculo respecto a la presentación de conceptos, relaciones y propiedades (aritméticos, no geométricos)
- vía metodológica recomendada –inductiva o deductiva – para la presentación de los procedimientos de cálculo, conceptos, relaciones y propiedades (también aritméticos, no geométricos),
- métodos recomendados para la presentación de los procedimientos.

El primer aspecto fue comparado respecto a la totalidad de la nueva materia aritmética que se elabora en el tercer grado, y para su análisis se cotejaron el programa de la asignatura, las OMM y el LTM3; los dos últimos aspectos fueron analizados en las



recomendaciones metodológicas dadas para cada caso específico en las OMM. La guía para la revisión aparece en el **anexo 1**.

En la **tabla 1** se han registrado las frecuencias correspondientes a los tipos de conocimientos aritméticos que se elaboran en tercer grado, los cuales aparecen explícitos en el libro de texto del alumno (LTM3) o en las Orientaciones Metodológicas de Matemática (OMM), de tercer grado. En la columna OMM se ha utilizado el signo “=” para indicar que no se ha encontrado diferencia cuantitativa respecto al libro de texto.

De la nueva materia en general, los conceptos representan el 22%; las propiedades de objetos matemáticos representan el 9,3%; las relaciones entre dichos objetos representan el 16,6% y los procedimientos de carácter aritmético representan el 51,9%.

A continuación se muestra, resumidamente, el conjunto de procedimientos de cálculo que se presentan en el tercer grado de la enseñanza primaria.

<i>Contenido de los procedimientos de cálculo</i>	<i>Cantidad de procedimientos</i>
- Adición y sustracción de múltiplos de 10 a números de dos lugares	2
- Adición y sustracción de números de dos lugares, sin sobrepaso, límite 100	2
- Solución de ecuaciones reflexivamente	1
- Adición y sustracción de múltiplos de 10 y de múltiplos de 100 con sobrepaso	4
- Procedimientos de cálculo escrito	4
- División con resto (para números no divisibles por 10 y 100)	2
- Multiplicación y división con múltiplos de 10 y 100	6
- División con resto (cálculo escrito)	1

Estos procedimientos de cálculo representan el 78,6% del total de procedimientos de carácter aritmético que se elaboran en el grado.

Los conocimientos sobre cálculo, ya sean conceptos, propiedades, relaciones o procedimientos, representan el 55,6% de toda la materia aritmética que se enseña actualmente en tercer grado. De estos conocimientos, el 73,3% corresponde a las sucesiones de pasos que conforman los respectivos procedimientos. En la tabla 1 se pueden verificar esos datos, el signo más indica que está en OMM y no en LTM3.

Tabla 1: Frecuencia de los tipos de conocimientos aritméticos que se presentan en tercer grado.

	Materia						TOTAL
	Numeración		Magnitudes		Cálculo		
<i>Fuente revisada</i>	<i>LTM3</i>	<i>OMM</i>	<i>LT M3</i>	<i>OMM</i>	<i>LTM3</i>	<i>OMM</i>	
Conceptos	4	+1	4	=	3	=	12
Propiedades	0	+1	0	=	4	=	5
Relaciones	3	=	5	=	1	=	9
Procedimientos	2	=	4	=	22	=	28
Total	9	+2	13	=	30	=	54

Estos datos demuestran que los conocimientos sobre los procedimientos de cálculo, en especial las propias sucesiones de pasos, ocupan una posición significativa en los saberes matemáticos que deben adquirir los alumnos de tercer grado, tanto por los objetivos específicos a los que responden dentro del currículo, como por el hecho de que al ser el complejo de materia más extenso que se estudia, resultan imprescindibles para lograr determinados objetivos del grado, los cuales trascienden los distintos complejos de materia (145: 47).

Esos objetivos que trascienden son:

- Fundamentar soluciones halladas.
- Describir ejercicios previos a su solución.
- Explicar, utilizando el vocabulario adecuado, las acciones de los diferentes procedimientos que siguen al calcular.
- Generalizar relaciones matemáticas.

Para determinar regularidades sobre las vías metodológicas generales y los métodos específicos para la obtención de los procedimientos, se analizaron en las Orientaciones Metodológicas de Matemática de tercer grado las recomendaciones dadas para el tratamiento de los veintidós procedimientos de cálculo que se estudian en el grado.

Se constató que en el 100% de los procedimientos de cálculo que se trabajan se recomienda la vía inductiva, es decir, partir de ejemplos particulares para llegar a la generalización del procedimiento, aunque al presentar el tratamiento metodológico de

la adición escrita se hace explícita -de forma muy general- la posibilidad de proceder a la inversa: dar el procedimiento y después el trabajo con ejemplos (205: 50, 51). En el desarrollo posterior de las recomendaciones metodológicas esta segunda variante no se tuvo en cuenta.

Respecto a los métodos específicos recomendados para la obtención de cada procedimiento se constató, mediante el análisis del 100% de las recomendaciones dadas, el predominio de la *conversación de clase* apoyada en el trabajo con ejemplos, y también la *explicación* para aquellas cuestiones de los procedimientos que deben de ser comprendidas por los alumnos.

En general, las recomendaciones metodológicas dadas para la obtención de los procedimientos de cálculo en el tercer grado tienden al empleo de la vía inductiva y al método de elaboración conjunta, aunque para el caso particular de los procedimientos de cálculo escrito las recomendaciones metodológicas dadas se aproximan más al empleo del método expositivo. En ningún caso se hace referencia alguna al método de búsqueda independiente.

### **II.1.2 Resultados de la observación de clases frontales**

La observación de clases fue realizada durante el curso escolar 2008–09; tuvo el objetivo de evaluar a partir de la constatación directa determinados indicadores del proceso de obtención de los procedimientos de cálculo escrito, objetivo que se explicita en la guía de observación, explicitada en el **anexo 2**.

Para la aplicación de este método se tomó una muestra de 25 grupos escolares de tercer grado, uno por escuela. La muestra incluyó la totalidad de seminternados pertenecientes al área urbana de la ciudad cabecera del municipio de Pinar del Río (doce), ocho (de diez) escuelas externas urbanas, cuatro escuelas rurales graduadas próximas a la ciudad y una escuela rural multigrada de fácil acceso a ella.

En todos los casos se tuvieron en cuenta tres requisitos para la selección de los maestros: que fueran licenciados de la carrera de Educación Primaria, que tuvieran al menos un año de experiencia en el trabajo con tercer grado y que estuvieran evaluados de Bien o de Muy Bien, todo lo cual justifica el carácter intencional de la muestra.

Las acciones seguidas al aplicar este método fueron las siguientes:

1. Coordinar con el maestro la visita a clase, tanto para lograr la empatía necesaria como para informar sobre el objetivo de la observación, prever las condiciones bajo las cuales se realizaría y conocer acerca del diagnóstico del grupo hecho por el maestro.
2. Observar la clase y registrar la información relacionada directamente con los indicadores declarados en el objetivo de la observación. Para la confiabilidad del registro se tendrían en cuenta los elementos explicitados en la guía de observación expuesta en el anexo 2.
3. Analizar e interpretar el registro de la observación. Confección de la sinopsis del registro mediante el instrumento contenido en ese mismo anexo.

De los maestros que conformaron la muestra para la observación de clases se tuvo que el 12 % habían impartido las clases de Matemática en el tercer grado de uno a cinco cursos escolares, el 24% lo había hecho de seis a diez cursos, el 36% de 11 a 15 y el 28% había trabajado la asignatura en tercer grado en 16 cursos escolares o más, lo cual arroja una media aproximada de 9 años por maestro desarrollando el proceso de enseñanza aprendizaje para el tratamiento de los procedimientos de cálculo escrito; la clase modal fue el intervalo de 9 a 11 años. Sobre la base de los datos que caracterizan la muestra puede considerarse que los maestros seleccionados tienen una amplia experiencia en el trabajo con la materia de enseñanza en la cual se investiga.

En cuanto a la calidad del personal docente observado, de acuerdo a la evaluación profesoral, el 44% de los maestros incluidos en la muestra estaban evaluados de Bien y el 56% de Muy Bien. Este aspecto refleja antecedentes positivos tanto en la dirección del proceso de enseñanza aprendizaje como en sus resultados.

De las clases observadas el 60% de ellas tenían como centro del contenido a tratar la obtención del procedimiento y el resto (el 40%) correspondieron a la ampliación del procedimiento por tratarse un nuevo nivel de dificultad.

En el 72,5% de las clases observadas el objetivo planteado –previo a la presentación del procedimiento de cálculo sea cual fuere el método- tuvo como habilidad específica la de *calcular*. En el 15% se planteó la habilidad *explicar*, en el 7,5% de las veces se consideró la habilidad *caracterizar* y en el 5% restante los términos empleados no fueron una habilidad específica para los alumnos: *elaborar* e *introducir*, ambas

estuvieron más en términos de función didáctica que de habilidades de la asignatura Matemática en el tercer grado. La habilidad describir el procedimiento no se tuvo en cuenta explícitamente al formular los objetivos de clase.

Para ambas variantes del tratamiento del contenido el comportamiento de la aplicación de los métodos de enseñanza aprendizaje específicos fue como sigue:

- **Se da el procedimiento** (o la ampliación, ya sea incorporando un paso o ampliando uno ya establecido) en el 67,5% de las veces
- **Se elabora conjuntamente** en el 32,5 % de las veces

Como se observa, entre ambos métodos estuvo el 100% de las observaciones realizadas, lo cual significa que en ningún caso se empleó el método de búsqueda independiente ni ningún otro método que pueda diferenciarse del método expositivo o de la elaboración conjunta.

De la totalidad de veces que se empleó el método expositivo, el 52,0% fue para presentar el procedimiento y el 48,1% para ampliarlo.

De la totalidad de veces que se empleó el método de elaboración conjunta, el 77,0% fue para presentar el procedimiento y el 23,0% para ampliar al menos uno de los pasos ya conocidos o presentar un paso nuevo.

En general, fue significativo el predominio del método expositivo, 67,5% del total de observaciones, caracterizado en todas las veces por la explicación del maestro en la pizarra acerca de los pasos del procedimiento y su ejemplificación. Sobresalió también el predominio de este método para tratar la ampliación de los procedimientos de cálculo escrito. Esta situación permite afirmar que la obtención del procedimiento de cálculo en el sentido de que sean los propios alumnos los que arriben a él no se propició en esa cantidad de veces.

Aun cuando no se empleó el método de búsqueda independiente, se hace el análisis de determinados indicadores bajo el presupuesto de que mediante el método de elaboración conjunta los alumnos pueden llegar a formular por sí mismos el procedimiento de cálculo, no obstante la participación colectiva en el planteamiento de conclusiones y el papel del maestro en la descripción de la sucesión de pasos.

Los indicadores analizados fueron:

- Creación de las condiciones para facilitar la orientación y desarrollo del proceso de obtención de la sucesión de los pasos de cálculo o su ampliación (M1.1)
- Orientación para el trabajo de obtención o ampliación de la sucesión de los pasos de cálculo(M1.2)
- Dirección de los procedimientos del método aplicado para la obtención o ampliación de la sucesión de los pasos de cálculo(M1.3) y
- Adecuado manejo del contenido y del vocabulario técnico inherente a la sucesión de los pasos de cálculo y del vocabulario técnico (M1.4)
- Control de la actividad de los alumnos y atención diferenciada durante la obtención de la sucesión de los pasos de cálculo o su ampliación (M1.5)
- Actitud ante la demanda y la tarea de aprendizaje sobre el nuevo procedimiento de cálculo (A2.1)
- Despliegue de acciones ejecutoras para obtener o ampliar la sucesión de los pasos de cálculo(A2.2)
- Descripción (en forma oral o escrita) de la sucesión de los pasos de cálculo(A2.3)
- Clima afectivo y de comunicación entre iguales durante el trabajo de obtención o ampliación de la sucesión de los pasos de cálculo(A2.4)

Para la valoración de estos indicadores se aplicó una medición en una escala ordinal desde **0** hasta **3**, siendo **0** y **3** los valores extremos para los niveles de aciertos opuestos y **1** y **2** aproximaciones a estos valores respectivamente; se consideraron los valores **2** y **3** como positivos y los valores **0** y **1** como negativos. Los criterios asociados a cada uno de estos valores se describen en el anexo 2.

Teniendo en cuenta que la enseñanza incide directamente sobre el aprendizaje y que el maestro es quien la conduce, primeramente se analizará el comportamiento de los indicadores de la dimensión *actividad mediadora del maestro*.

- El indicador *creación de las condiciones para facilitar la orientación y desarrollo del proceso de obtención de la sucesión de los pasos de cálculo o su ampliación* tuvo valores positivos de acierto en el 84,7% de las observaciones. Las principales dificultades estuvieron en el aseguramiento del nivel de partida al

obviarse elementos del conocimiento necesarios para elaborar el procedimiento o ampliarlo.

- El indicador *orientación para el trabajo de obtención o ampliación de la sucesión de pasos de cálculo*, visto especialmente para los efectos de este estudio como ese momento breve y preciso en que se muestra la necesidad de ocuparse de la nueva situación, planteando además, qué se quiere lograr en los alumnos y cómo se va a proceder para lograrlo, tuvo el 69,3% de observaciones con valores de aciertos y el 30,8% con valores de desaciertos. Los valores negativos asignados a este indicador correspondieron fundamentalmente a clases en las cuales se amplió un procedimiento ya elaborado.

La mayor incidencia en el orden negativo al orientar hacia los objetivos estuvo en no hacer explícitos los pasos sobre cómo se iba a proceder para obtener o completar el procedimiento de cálculo.

En estos dos indicadores ya analizados –*creación de las condiciones para facilitar la orientación y desarrollo del proceso de obtención de la sucesión de los pasos de cálculo o su ampliación* y *orientación para el trabajo de obtención o ampliación de la sucesión de los pasos de cálculo*- el mayor por ciento de los valores positivos corresponde a **2**, lo que refleja que aún en ambos se puede mejorar el desempeño del maestro al concebir el proceso de obtención de los procedimientos de cálculo.

- El indicador *dirección de los procedimientos del método aplicado para la obtención o ampliación de la sucesión de los pasos de cálculo* fue evaluado en el 53,8% de las veces con el valor de acierto **2** y ninguna con el valor **3**; además de que en el 38,5% de las veces tuvo el valor de desacierto **1**, hubo un 7,7% evaluado con el valor **0**, todo lo cual permite afirmar que es un indicador bastante afectado.

Las afectaciones de este indicador se manifestaron fundamentalmente en:

- Órdenes imprecisas en cuanto a qué hacer (los alumnos) con los objetos tomados para elaborar el procedimiento.
- Preguntas formuladas por el maestro que no cumplen determinadas exigencias lingüísticas o formuladas de un modo vago o impreciso al no corresponderse con

la lógica que ella debe contener entre la característica buscada y el objeto del conocimiento reflejado por la propia pregunta.

- No respetar el tiempo que deben tener los alumnos para reflexionar, incubar la respuesta y ordenar el texto con que han de expresarla.
- No percibir a tiempo que la interrogación o lo que es pedido mediante la pregunta no ha sido captado y, en consecuencia, se debe hacer una reformulación de la pregunta o bajar su nivel de demanda al pensamiento de los alumnos.
- Adelantarse al razonamiento de los alumnos.

En general todas esas manifestaciones se pueden resumir como la ocurrencia de errores al concebir y conducir la conversación heurística para que los alumnos lleguen a generalizar el procedimiento del cálculo.

- El indicador *adecuado manejo del contenido y del vocabulario técnico inherente a la sucesión de los pasos de cálculo y del vocabulario técnico* fue evaluado acertadamente en el 61,6% de los casos. La ocurrencia de valores negativos en el 38,5% de las observaciones se debieron fundamentalmente al mal manejo del vocabulario matemático por los maestros o a la no exigencia de su uso por los alumnos.

Si bien no se identificaron errores de contenido matemático por su esencia práctica, sí resultó significativo que en aras de facilitar la comprensión de los alumnos algunos maestros simplificaron tanto el lenguaje técnico que no crearon las condiciones en el dominio de la terminología necesaria para describir correctamente y con el vocabulario adecuado los procedimientos de cálculo escrito.

Ejemplos de tales simplificaciones son:

- “numeritos” por *números*
- “ese ejercicio es de más” por *ese ejercicio es de adición*
- “pon uno arriba y otro abajo” por *ponlos como en la tabla de posiciones*
- “fíjate en el que quitas” por *fíjate en el que sustraes*
- “controla volviendo a sacar la cuenta” por *controla volviendo a multiplicar*
- “busca el primer número que debes dividir” por *busca el primer dividendo parcial*



Esas expresiones y otras similares se registraron no solo en las clases en las cuales el indicador *adecuado manejo del contenido y del vocabulario técnico inherente a la sucesión de los pasos de cálculo y del vocabulario técnico* fue evaluado con un valor negativo, sino también en otras en las que a ese indicador se le dio el valor positivo **2**.

- El indicador *control de la actividad de los alumnos y atención diferenciada durante la obtención de la sucesión de los pasos de cálculo o su ampliación* resultó muy afectado, porque aun cuando no hubo observaciones con el valor negativo extremo **0**, tampoco lo hubo con el valor positivo extremo **3**, mientras que el valor **1** de significación negativa acumuló el 61,5% de las observaciones.

La fuente de las insuficiencias apreciadas en este indicador está en que frecuentemente se dejó de seguir la estructura interna del método de elaboración conjunta y el maestro asumió una posición centrada en él y en algunos alumnos, perdiendo interacción con el grupo como una totalidad.

Entre el indicador *control de la actividad de los alumnos y atención diferenciada durante la obtención de la sucesión de los pasos de cálculo o su ampliación* y el indicador *dirección de los procedimientos del método aplicado para la obtención o ampliación de la sucesión de los pasos de cálculo* se apreció una correlación directa, lo cual se confirma al hallar el coeficiente de correlación  $V$  de Cramer para el caso particular de dos variables dicotómicas. Al aplicar la fórmula de cálculo correspondiente en una tabla bivariada resultó  $V \approx 0,732$  que expresa una correlación bastante alta. Los cálculos para hallar este factor se hicieron luego de agrupar los valores de ambos indicadores en dos clases: positivos y negativos.

En esta correlación intervinieron los factores actividad del maestro y tiempo: el tiempo invertido por el maestro dando orientaciones, explicando qué hacer, preguntando, repitiendo las indicaciones para la actividad y conduciendo el proceso para una “generalización colectiva” es tiempo que no puede utilizar eficientemente para el control sobre la actividad de cada alumno y dar los niveles de ayuda necesaria.

Un resumen de los valores otorgados a los indicadores evaluados mediante la observación a clases se muestra en la **tabla 2**

Tabla 2. Evaluación de los indicadores según las clases observadas y en las cuales se aplicó el método de elaboración conjunta

Indicadores	Total frecuencias				Frecuencias porcentuales			
	0	1	2	3	0	1	2	3
(M1.1)	0	2	6	5	0,0	15,4	46,2	38,5
(M1.2)	0	4	6	3	0,0	30,8	46,2	23,1
(M1.3)	1	5	7	0	7,7	38,5	53,8	0,0
(M1.4)	0	5	6	2	0,0	38,5	46,2	15,4
(M1.5)	0	8	5	0	0,0	61,5	38,5	0,0
(A2.1)	0	5	7	1	0,0	38,5	53,8	7,7
(A2.2)	0	0	0	0	0,0	0,0	0,0	0,0
(A2.3)	3	10	0	0	23,1	76,9	0,0	0,0
(A2.4)	2	4	7	0	15,4	30,8	53,8	0,0

En la tabla 2 aparecen también datos sobre indicadores relacionados con la actividad de los alumnos en el proceso de obtención de los procedimientos de cálculo, de cuyo análisis se exponen las siguientes consideraciones.

El indicador *actitud ante la demanda y la tarea de aprendizaje sobre el nuevo procedimiento de cálculo* estuvo afectado, aun cuando la clase modal para las frecuencias de este indicador fue el valor positivo **2**. Se considera un indicador afectado porque en esta clase solo se ubicaron el 7, 7 % y el 53,8% de observaciones correspondientes a los valores positivos **3** y **2** respectivamente. Hubo un 38,5% de observaciones con valores negativos en este indicador que es esencial para la actividad cognoscitiva de los alumnos.

Para el análisis de la relación entre los valores de los indicadores *orientación para el trabajo de obtención o ampliación de la sucesión de los pasos de cálculo y actitud ante la demanda y la tarea de aprendizaje sobre el nuevo procedimiento de cálculo* se agruparon las frecuencias observadas y se calculó el coeficiente de correlación V de

Cramer. Se apreció que hubo clases en las cuales se logró una orientación inicial hacia los objetivos acertada y sin embargo no se logró posteriormente que los alumnos mantuvieran una atención consciente durante el proceso. El factor de correlación calculado arrojó  $V \approx 0,501$ , comprobándose estadísticamente que la correspondencia entre ambos indicadores fue moderada.

Los espacios temporales en los cuales los alumnos perdieron o desviaron su atención hacia otro asunto fue un efecto del desarrollo del método de enseñanza aplicado.

El indicador *despliegue de acciones ejecutoras para obtener o ampliar la sucesión de los pasos de cálculo* no pudo ser evaluado porque no hubo tareas de trabajo independiente que lo permitieran. El proceso de obtención consistió en todos los casos en conversaciones de clase sobre la base de análisis de ejemplos y preguntas del maestro para inferir de todo ello los pasos del procedimiento de cálculo.

Respecto al indicador *clima afectivo y de comunicación entre iguales durante el trabajo obtención o ampliación de la sucesión de los pasos de cálculo* se midió sobre la base del “trabajo” de los alumnos para cumplir las indicaciones del maestro en el análisis de los ejemplos presentados y al responder las preguntas que les fueron planteadas a fin de elaborar colectivamente el procedimiento de cálculo.

En el 53,8% de las observaciones se apreció en general un clima de satisfacción durante el desarrollo de la actividad y la mayoría de los alumnos reflejaron el deseo de responder a las preguntas del maestro. No obstante, en este indicador hubo un 46,2% de observaciones con valores negativos, algunas de ellas con el valor 0 inclusive.

Los resultados desfavorables de ese indicador también fueron consecuencia de las cuestiones no logradas respecto a los indicadores anteriormente explicados.

Aun cuando la sucesión de pasos para el cálculo escrito o la ampliación de ellos fuera “obtenido” mediante una elaboración conjunta, se desaprovecharon las oportunidades para que los alumnos hicieran la *descripción del procedimiento* con los requerimientos debidos: generalidad, completitud y vocabulario correcto. No hubo observaciones con valores positivos: en el 76,9% se asignó el valor 1 atendiendo a que algunos alumnos expresaron parte del procedimiento para casos particulares, sin generalizar ningún paso y usaron ocasionalmente el vocabulario técnico siendo significativas las imprecisiones en su empleo. En el resto de las observaciones (23,1%) el valor

asignado fue **0** pues fue el maestro quien planteó la sucesión de pasos a partir de algunas ideas obtenidas de los alumnos.

Luego del análisis de todos los indicadores medidos mediante observación de clases se infirió que la obtención de los procedimientos de cálculo escrito mediante el método de elaboración conjunta no se logró, considerando que debieron haber sido los alumnos quienes llegaran a proponerlo. Si bien el proceso fue iniciado por los maestros en varias ocasiones con esa perspectiva y luego desarrollaron la conversación de clase con más o menos aciertos en esa dirección, en la generalidad de los casos el procedimiento de cálculo terminó siendo planteado por los maestros porque dejaron de tener en cuenta determinadas condiciones o exigencias de la ejecución de los procedimientos del método de elaboración conjunta.

### **II.1.3 Resultados del análisis de las anotaciones de los alumnos.**

La revisión de las libretas de los alumnos tuvo el objetivo de constatar la evidencia escrita de la actividad de los alumnos durante el proceso de obtención o ampliación de los procedimientos de cálculo escrito. Esta revisión se hizo a la totalidad de la muestra de alumnos (611), una vez a cada alumno, de tal forma que luego de observar la clase fueron revisadas las anotaciones hechas sobre la sustracción escrita en el 33,4% de la muestra, de la adición escrita al 34,4% y de la multiplicación escrita al 32,2%. Para el registro se utilizó la guía expuesta en el **anexo 3**.

Para el análisis de los resultados de esta técnica se hallaron las frecuencias porcentuales sobre la base de todas las observaciones realizadas, tanto en cuanto a cantidad de clases como a cantidad de alumnos a los cuales se les revisó su libreta. Independientemente de los métodos de enseñanza aprendizaje aplicados durante el proceso de obtención o ampliación de los procedimientos de cálculo escrito, fue revisado el producto de la actividad de los alumnos resultante de ese momento específico de la clase observada.

Las clases visitadas de las cuales se revisaron las anotaciones de los alumnos tuvieron como características que el 35,0% de ellas fueron para la obtención del procedimiento mediante método expositivo, 25,0% con el mismo propósito, pero mediante elaboración conjunta, el 32,5% para la ampliación del procedimiento desarrolladas mediante

método expositivo y con ese mismo objetivo y aplicando el método de elaboración conjunta estuvo el 7,5% restante.

En el 92,1% de todas las anotaciones revisadas, con independencia del método aplicado y del momento específico para la obtención o ampliación del procedimiento tratado, quedó como producto de la actividad de los alumnos los ejemplos sobre los cuales el maestro explicó o ejemplificó con uno u otro propósito.

Solamente en el 12,9% quedaron, explícitamente, en la libreta de los alumnos los pasos del procedimiento, es decir, su descripción, o la ampliación de algún paso o un paso nuevo. En el 100% de todas estas ocasiones se hizo bajo la orientación expresa del maestro de copiarlos de la pizarra o de láminas preparadas con ese fin.

El 6,5% de los alumnos dejaron en sus libretas el ejemplo de ejercicio explicado por el maestro y la sucesión de pasos del procedimiento de cálculo (o el paso ampliado) correspondiente.

Se presentó la misma descripción que aparece en el libro de texto para cada uno de los procedimientos, por lo cual los pasos copiados tuvieron, en el 100% de las veces, carácter generalizado y completo y el vocabulario técnico adecuado. Nunca se utilizó el libro de texto para leer los procedimientos ni copiarlos de él.

En este análisis sobre el trabajo de los alumnos en cuanto a la descripción del procedimiento, es merecido destacar los siguientes elementos:

- Es muy baja la frecuencia con que los alumnos describen en forma escrita un procedimiento de cálculo escrito, cuestión que limita el dominio del vocabulario técnico y a la vez el desarrollo de las conexiones entre pensamiento y lenguaje cuando se opera con los procedimientos o se presentan procedimientos de cálculo nuevos. En cierta medida se deja de tener en cuenta que “el lenguaje escrito es la forma más elaborada del lenguaje” (205: 140).
- En ninguna de las clases observadas se dio la posibilidad de que los alumnos escribieran con sus propias palabras, los pasos del procedimiento de cálculo escrito, aspecto este que, independientemente del método de enseñanza aprendizaje utilizado, devendría ejercicio de desarrollo mental y del lenguaje.

El análisis hecho permitió constatar que los alumnos no habían incorporado el acto de dejar por escrito una sucesión de pasos como resultado del proceso de presentación o

ampliación de los procedimientos de cálculo escrito, ni tampoco recibieron orientaciones para consultarlos en el libro de texto.

#### **II.1.4 Resultados del análisis de los planes de clase de los maestros cuyas clases fueron observadas.**

La revisión de los planes de clase tuvo como objetivo valorar la concepción didáctica para la obtención o ampliación de los procedimientos de cálculo escrito expuesta en el plan de clases, comparando la secuencia lógica y la suficiencia de la metodología seguida con la concebida en el plan de clase. Cada plan de clase fue revisado después de observada la clase y se utilizó la guía que aparece en el **anexo 4**.

En el 100% de los planes de clases para la obtención o la ampliación de los procedimientos revisados se constató correspondencia con lo hecho en las clases observadas.

En el 80,0% de las clases planificadas el objetivo se planteó claramente en términos de habilidades propias del alumno y predominó la habilidad *calcular* (72,5% de las veces).

En aquellos objetivos en los cuales se declaró como habilidades las acciones *elaborar* y *explicar*, por lo expuesto en el plan de clases quedó reconocido que estaban expresadas en función del maestro, lo cual había sido constatado también mediante la observación anterior de la actividad.

El resto de las veces el objetivo se expresó como acciones docentes asociadas más al proceder del maestro que al de los alumnos (*elaborar* e *introducir*).

Solamente en el 7,5% de las clases planificadas se incluye en el objetivo la condición de que los alumnos describan el procedimiento de cálculo escrito que van a ejecutar o que ejecutaron durante el proceso de su obtención o ampliación. Esto permite afirmar que los maestros de la muestra estudiada ven lo esencial del tratamiento de los procedimientos de cálculo escrito, únicamente, en la acción misma de calcular, sin dar a la descripción del procedimiento toda la importancia metodológica y desarrolladora que tiene.

Se constató mediante la revisión de los planes de clase que solo se conciben dos métodos para “obtener” o ampliar los procedimientos de cálculo escrito: dar el procedimiento en forma explicativa-ilustrativa (expositivo) y el de elaboración conjunta.

Al comparar lo planificado y lo hecho en la práctica se constatan las siguientes irregularidades:

- El método expositivo fue declarado en el plan de clase el 30,0% de las veces, pero se ejecutó el 67,5% respecto al total de clases para presentar o ampliar los procedimientos de cálculo escrito.
- El método de elaboración conjunta fue declarado para el 70,0% de esas clases y se ejecutó solamente el 32,5% de ellas.
- El método de elaboración conjunta, del total de veces que fue declarado en los planes de clase, se cumplió solamente para el 46,4%; en el 53,6% de las veces ocurrió en su lugar la aplicación del método expositivo.

Lo anterior permite concluir que, aun cuando el maestro se propone hacerlo, la obtención de los procedimientos de cálculo escrito o su ampliación mediante la aplicación del método de elaboración conjunta no se ejecuta con la sistematicidad que se prevé. El análisis de los datos que se muestran en la **tabla 3** permite asociar causas a esta problemática.

Se han evaluado la suficiencia y la secuencia lógica de las acciones necesarias que conllevan el cumplimiento de tres de los indicadores medidos para la dimensión *actividad mediadora del maestro*, considerando nuevamente una escala ordinal con valores desde **3** hasta **0**, cuya descripción puede consultarse en el anexo 6. Los valores **3** y **2** se consideran aciertos o de tendencia positiva y los valores **1** y **0** desaciertos o de tendencia negativa.

Al respecto merece destacarse que:

- En cuanto a la suficiencia de las acciones metodológicas planificadas para la *dirección de los procedimientos del método aplicado para la obtención o ampliación de la sucesión de pasos de cálculo*, es significativo el hecho de que al 60% de las veces correspondan valores de tendencia negativa. Todos estos casos coinciden con aquellas clases en las cuales se había declarado la aplicación del método de elaboración conjunta.
- La secuencia lógica de las acciones planificadas, aun cuando tiende a valores positivos, también está afectada en el 32,5% de las veces en ese mismo

indicador, lo cual denota falta de dominio en la consecución del método de enseñanza aprendizaje.

Tabla 3. Frecuencias porcentuales de las evaluaciones dadas a los indicadores revisados en los planes de clase para la obtención o ampliación de los procedimientos de cálculo escrito.

	Suficiencia de las acciones metodológicas planificadas				Secuencia lógica de las acciones metodológicas planificadas			
	0	1	2	3	0	1	2	3
Orientación para el trabajo de obtención o ampliación de la sucesión de pasos de cálculo	5,0	40,0	40,0	15,0	0,0	47,5	37,5	15,0
Dirección de los procedimientos del método aplicado para la obtención o ampliación de la sucesión de pasos de cálculo	2,5	57,5	30,0	10,0	0,0	32,5	55,0	12,5
Control de la actividad de los alumnos y atención diferenciada durante la obtención de la sucesión de los pasos de cálculo o su ampliación	12,5	47,5	32,5	7,5	0,0	52,5	40,0	7,5

También es de interés que las acciones planificadas para el indicador *control de la actividad de los alumnos y atención diferenciada durante la obtención de la sucesión de los pasos de cálculo o su ampliación* durante el proceso de obtención o ampliación del procedimiento están muy afectadas, tanto en cuanto a la suficiencia como a la secuencia lógica de ellas, en ambos aspectos asumen valores de tendencia negativa. El indicador menos afectado ha sido la *orientación para el trabajo de obtención o ampliación de la sucesión de los pasos de cálculo*—visto desde la concepción asumida para los efectos de este estudio—, cuyas acciones tienden a valores positivos. No obstante, las frecuencias porcentuales de los valores **0** y **1** asociados a este indicador,



tanto en la suficiencia como en la secuencia lógica, significan limitaciones importantes para la atención a este indicador en la planificación de la clase.

Luego del análisis de los datos presentados en la tabla 3 y haberlos puesto en relación con lo constatado en clases, se confirma que el éxito en la ejecución del método para obtener o ampliar un procedimiento de cálculo escrito, especialmente aquel que implica la participación directa del alumno en la elaboración de lo nuevo, depende, en gran medida de su cuidadosa planificación.

### **II.1.5 Resultados de la prueba pedagógica para el diagnóstico**

El estudio de diagnóstico continuó con la medición de los indicadores *descripción en forma escrita de la sucesión de los pasos de cálculo (A2.3)* y *ejecución de la sucesión de los pasos de cálculo (A2.5)*, para lo cual se aplicó la prueba pedagógica que se presenta en el **anexo 5**.

La prueba se aplicó en tres momentos diferentes, siempre en un tiempo anterior a las tres semanas después de concluido cada sistema de clases específico para el tratamiento de los procedimientos de cálculo escrito de la adición, sustracción y multiplicación respectivamente, algunas de las cuales habían sido observadas por el investigador. La totalidad de los alumnos que conformaron la muestra fue dividida en tres partes, a fin de medir los tres procedimientos en la misma proporción en que fueron revisadas las libretas y garantizando aleatoriamente que un mismo alumno se evaluara en un único procedimiento de cálculo escrito.

Una vez organizadas las distribuciones de frecuencias correspondientes a las calificaciones se comprobó que las frecuencias porcentuales y las medias de los grupos del sector rural no estaban fuera del recorrido de estos estadígrafos hallados para los grupos urbanos, sin que a ellos correspondieran tampoco los máximos ni los mínimos, por lo cual se determinó no hacer inferencias para ambos tipos de grupos por separado, sino considerarlos grupos homogéneos.

Se destacan los siguientes resultados:

- En la medición del indicador *ejecución de la sucesión de los pasos de cálculo (calcular)* aprobó, el 79,2% de los alumnos, lo cual no es considerado un resultado satisfactorio teniendo en cuenta el lugar que ocupa este contenido en

el currículo de la asignatura Matemática en tercer grado y su posterior influencia en los demás grados de la enseñanza primaria.

- De los tres procedimientos de cálculo escrito evaluados, el de más dificultades en la habilidad calcular es el de la sustracción, procedimiento en el cual el 27,6% no alcanzaron la categoría de aprobados.

- En el indicador *descripción por escrito de la sucesión de los pasos de cálculo* (expresar los pasos en forma generalizada, completa y con el vocabulario adecuado) hubo resultados muy bajos en cuanto a la cantidad de aprobados: 6,4% en la adición, 6,2% en la sustracción y 6,6% en la multiplicación. En general, resultaron aprobados en esta habilidad el 6,4% de la muestra.

Al analizar las frecuencias de errores por elementos del conocimiento relativos al indicador (A2.5) se apreció que el principal error fue el no tener en cuenta el sobrepaso, fundamentalmente en la sustracción (se dio en el 29,5% de la muestra); le siguió el dominio de los ejercicios básicos (19,0% con errores), lo cual es una condición previa determinante para la seguridad y rapidez en el cálculo escrito, y en menor medida estuvo la colocación de los términos para ejecutar el procedimiento (4,6%).

En cuanto al indicador (A2.3) se constató que el 32,9% de la muestra se expresaron en términos generalizados al plantear por escrito la sucesión de los pasos de cálculo, siendo esta cualidad de los procedimientos de cálculo la menos afectada. Muy afectados estuvieron la completitud del procedimiento y el uso del vocabulario técnico adecuado: solamente aprobados el 7,0 % y 7,9% respectivamente.

En cuanto a la completitud, las carencias más frecuentes estuvieron en la no inclusión del sobrepaso y la forma de control.

Respecto al uso del vocabulario técnico la principal carencia estuvo relacionada con el uso de los términos propios de cada operación: suma y sumandos para la adición, minuendo, sustraendo y diferencia para la sustracción y factores y producto para la multiplicación, los cuales, generalmente fueron designados por “número” o “números”. También fue frecuente el uso de “calculo” en sustitución de “adiciono”, “sustraigo” o “multiplico”, aunque en este caso no se consideró un error.

La mayor frecuencia de errores en tal sentido se dio cuando al describir cómo se procede cuando hay un sobrepaso, pues se trata a la vez de varias operaciones:

calcular, descomponer y volver a calcular tomando en consideración la descomposición hecha.

También hubo omisiones de términos cuyo uso le dan precisión a cada acción o paso comprendido en los procedimientos de cálculo escrito y, al no emplearlos, esa cualidad se afectó. Ejemplo de ello es cuando el 19,1% de todos los que se comprobaron en la adición o la sustracción escribieron: *coloco los números en una tabla*, obviamente se trata de colocar los términos, ya sean de la adición o la sustracción, uno debajo del otro como en la tabla de posiciones. Fue significativo que solo el 7,9% de los que lo plantearon dejaron constancia de esa tabla, lo cual refleja el uso de la memoria mecánica para “conservar” el conocimiento.

A modo de conclusión sobre la base de los resultados de la prueba pedagógica aplicada se puede afirmar que aún no es satisfactorio el nivel alcanzado en la ejecución de la sucesión de los pasos de cálculo y es muy incipiente lo alcanzado en cuanto al dominio de la descripción de esos procedimientos.

### **III.1.5 Resultados de la encuesta aplicada a docentes.**

Aun cuando ni en los planes de clase revisados ni en las propias clases observadas se constató la aplicación del método de búsqueda independiente, fue aplicada una encuesta con el objetivo de valorar la preparación de los maestros en cuanto a conocimientos relativos al proceso de obtención de los procedimientos de cálculo mediante el empleo de este método e incluso, su actitud ante él.

Se aplicó la encuesta cuyo cuestionario aparece en el **anexo 6** a los mismos maestros que se le observaron clases para la obtención o ampliación del procedimiento de cálculo escrito. Los resultados que habían sido obtenidos por el investigador mediante el conjunto de métodos y técnicas ya explicados no fueron compartidos con esos maestros a fin de no influir en sus opiniones al ser encuestados.

Acerca del empleo de los tres métodos para la obtención de los procedimientos de cálculo, recomendados en la bibliografía especializada, se constató que ningún maestro de los incluidos en la muestra declara haber utilizado el método de búsqueda independiente en la obtención de los procedimientos de cálculo. Los resultados de la pregunta referida a este aspecto se muestran en la **tabla 4**.

Tabla 4. Empleo de los métodos para la obtención de los procedimientos de cálculo escrito según la encuesta. Los datos son frecuencias porcentuales.

Métodos	Siempre	Casi siempre	Algunas veces
El maestro da el procedimiento	4,0	20,0	16,0
El procedimiento se elabora conjuntamente maestro-alumno	8,0	32,0	20,0
El procedimiento es hallado de forma independiente por los alumnos	0,0	0,0	0,0

Las respuestas sobre qué significado asociaban al método de búsqueda independiente para la obtención de los procedimientos de cálculo, fueron muy disímiles:

- Los alumnos buscan el procedimiento en el libro de texto y trabajan con él, sin explicaciones del maestro o sin ejemplificación por este en la pizarra: 36,0 %
- Los alumnos resuelven ejercicios del procedimiento por sí solos, sin explicación previa de cómo hacerlo ni otra orientación para guiarse: 20,0 %
- El maestro resuelve los ejemplos sin explicarlos y les orienta a los alumnos que observen lo que él hace para que digan los pasos del procedimiento: 16,0%
- El maestro asigna para la casa la tarea de averiguar con otras personas cuáles son los pasos para el tipo de cálculo de que se trate: 12,0%
- El maestro plantea los ejemplos resueltos, para que los alumnos los analicen y digan cómo se resuelve: 8,0%
- El maestro plantea los ejercicios sin explicar el procedimiento y deja que los alumnos prueben a resolverlos solos y expresen después cómo procedieron: 8,0%

La diversidad de significados tiene sus orígenes, tanto en la carencia de aspectos teóricos sobre este método específico de la didáctica del cálculo, como en la falta de experiencias prácticas en su empleo.

A fin de obtener elementos más precisos sobre el concepto o caracterización general que tienen los maestros encuestados sobre el método de búsqueda independiente (BI) para la obtención de los procedimientos de cálculo en tercer grado, se les pidió expresar la principal semejanza y la principal diferencia entre ese método y el de

elaboración conjunta (EC) para igual propósito, y decidir cuál de los dos era considerado por ellos como el más ventajoso. Estos son los resultados:

Principales semejanzas:

- Los alumnos trabajan guiados por ejemplos, preguntas, órdenes o tareas que el maestro da: 52,0%
- Los alumnos participan activamente en la elaboración de los conocimientos: 36,0%
- El maestro guía a los alumnos mediante preguntas, ejemplos o tareas: 28,0%

Aunque expresadas en términos diferentes, en las tres ideas es común el papel activo de los alumnos en la elaboración del contenido.

Principales diferencias:

- El maestro tiene que controlar más cuando aplica la búsqueda independiente: 12,0%
- Es más difícil para los alumnos la búsqueda independiente: 8,0%
- Los alumnos trabajan solos más tiempo en la búsqueda independiente: 32,0%
- Los alumnos tienen que saber trabajar con el libro de texto para hacer la búsqueda independiente y no en la elaboración conjunta: 28,0%
- La búsqueda independiente se puede dejar como tarea para la casa y la elaboración conjunta tiene que hacerse en el aula: 20,0%

En esta comparación predomina el hecho de buscar la principal diferencia entre uno y otro método en determinado aspecto relacionado con el papel de los alumnos en la clase, mientras que el papel del maestro –tal como ocurrió al considerar las semejanzas- se ha dejado en un segundo plano. Esta posición puede estar dada por dos motivos distintos: o el maestro tiende a considerar a los alumnos como el elemento decisivo para seleccionar el método de enseñanza aprendizaje, o el maestro no valora suficientemente su propio papel en la concepción y desarrollo de estos métodos.

Considerando la experiencia práctica sobre los métodos establecidos en la bibliografía especializada para la obtención de los procedimientos de cálculo y las sugerencias dadas en las Orientaciones Metodológicas de Matemática de tercer grado, el 100% de la muestra asegura no reconocer recomendaciones didácticas para la aplicación del método de búsqueda independiente en ese documento. El predominio de recomendaciones para la aplicación de uno u otro método por los que se indaga, es visto como sigue:

Para el 36% de los encuestados predominan recomendaciones encaminadas a *dar el procedimiento ya elaborado* y para el 52% predominan las que están dirigidas a *elaborar el procedimiento conjuntamente*; un 12% declara no apreciar el predominio de recomendaciones para ninguno de los tres métodos. Para hallar el procedimiento mediante búsqueda independiente la identificación de recomendaciones fue del 0%.

Pese a que la totalidad de la muestra afirma no haber puesto en práctica la realización del proceso de obtención de los procedimientos de cálculo aplicando el método de búsqueda independiente, el 76% dio su valoración acerca de él como se expone seguidamente.

- Es realizable por los alumnos y productivo para su aprendizaje.....12,0%
- Es muy difícil para los alumnos, pero productivo para su aprendizaje.....52,0%
- Es realizable por los alumnos, pero poco productivo para su aprendizaje...4,0%
- Es muy difícil para los alumnos y poco productivo.....8,0%

El 60% de los maestros encuestados lo reconocen como un proceso difícil, pero a la vez el 64% de todos los encuestados admiten que es un proceso productivo para el aprendizaje de los alumnos. Ambas valoraciones están dadas por las consideraciones que tienen a priori sobre el método de búsqueda independiente.

Acerca de las posibilidades de aplicación del método de búsqueda independiente para la obtención de los procedimientos de cálculo, los maestros incluidos en la muestra tienen diversos puntos de vista, los cuales están en correspondencia con el significado que cada cual le atribuye a este método o también ser ideas concebidas a priori propias de la especulación no científica. Estas son las consideraciones:

- Aplicable para obtener todos los procedimientos de cálculo: 8,0%
- Aplicable para algunos procedimientos de cálculo: 36,0%
- No es aplicable para ningún procedimiento de cálculo: 4,0%
- Aplicable para escolares de alto rendimiento, no en grupos completos: 16,0%
- Aplicable solo en grupos de alumnos con aprendizaje medio o alto: 68,0%
- No es aplicable con escolares pequeños como los de tercer grado: 20,0%

El 16,0% de la muestra no opinó al admitir falta de conocimientos sobre el método o falta de experiencia sobre su aplicación.

Al analizar estos puntos de vista, se infiere que existe la idea en los encuestados, como tendencia, de que la búsqueda independiente resulta un método con significativas limitaciones para su aplicación, tanto por el contenido para cuyo empleo se está tratando, como por las características de los escolares con los cuales se aplicaría. Esta idea resulta subjetiva, también especulación no científica, considerando el hecho de las carencias teóricas y prácticas de la muestra que se estudia.

Esta inferencia se corrobora al analizar las razones para fundamentar la no aplicación del método de búsqueda independiente para la obtención de los procedimientos de cálculo contenidas en las siguientes ideas:

- Los alumnos no están acostumbrados a ese método, por tanto se perdería mucho tiempo: 44,0%
- Los alumnos de tercer grado todavía son lentos para leer o escribir y por eso se necesitaría mucho tiempo: 28,0%
- Tienen pocas habilidades de trabajo con el libro de texto: 28,0%
- Es muy difícil porque en todos los grupos hay alumnos con aprendizaje lento o con dificultades en el aprendizaje: 24,0%
- El desarrollo del pensamiento de los alumnos de tercer grado aún no les permite hallar por sí solos el conocimiento: 20,0%
- Son contenidos que deben ser explicados por el maestro para que los alumnos los comprendan bien: 16,0%

El 8,0% de la muestra no planteó ninguna razón por la cual no aplica el método de búsqueda independiente para la obtención de los procedimientos de cálculo.

Al considerar de conjunto las valoraciones hechas sobre la obtención de los procedimientos de cálculo mediante la aplicación del método de búsqueda independiente y las razones atribuidas al no ser aplicado, se infiere que en la muestra estudiada existe:

- a) temor a experimentar nuevas formas de conducir el proceso de enseñanza aprendizaje o incapacidad profesional para concebir tales formas (conocen que el método existe, pero aplicarlo sería salir de los métodos tradicionalmente practicados)
- b) subestimación de las capacidades de los alumnos

- c) sobrevaloración del “ganar tiempo” mediante el método expositivo o el de elaboración conjunta
- d) temor al “obstáculo” que pudieran representar los alumnos con ritmo de aprendizaje lento durante el proceso de *enseñanza*, o a aquellos en situación opuesta, es decir, a la brecha que marcarían los de aprendizaje rápido respecto a los demás.

Algunas de estas causas se corresponden con las expuestas por L. Klingberg cuando trata en general los problemas de la aplicación del *método de trabajo por proposiciones o trabajo independiente* por los alumnos (99: 306-307).

En la pregunta 5 de la encuesta se tomó como pretexto la perspectiva de preparar la clase para el proceso de obtención de los procedimientos de cálculo escrito mediante el método de búsqueda independiente, pero la intención real fue indagar sobre una posible causa de la no concepción de ese proceso mediante ese método.

Es significativo que el 96% de los encuestados acepta preparar el proceso de obtención mediante el método de búsqueda independiente aun careciendo de suficiente dominio del método y que el 84,0% manifiesta no disponer de materiales didácticos o metodológicos donde consultar sobre ese método, además de que indirectamente el otro 16% también admite esa carencia al recurrir a otros docentes o especialistas para hacer la debida preparación.

Integrando los resultados de la información recogida mediante la encuesta se llega a las conclusiones siguientes respecto a los puntos de vista que tienen los maestros acerca del proceso de obtención de los procedimientos de cálculo mediante el método de búsqueda independiente:

1. Las valoraciones hechas por los encuestados acerca de este proceso parten de elementos teóricos muy generales sobre el trabajo independiente de los alumnos y de su dirección por el maestro, pero no de una teoría didáctica específica sobre el método de búsqueda independiente aplicable a la obtención de los procedimientos de cálculo en cualquiera de los grados del primer ciclo de la Educación Primaria.



2. No ha habido una praxis relativa al proceso objeto de estudio en la muestra estudiada, razón por la cual sus valoraciones tienen más de intuición que de empirismo y no son reflejo de una verdad comprobada en la práctica.
3. La muestra estudiada acepta –al menos en teoría- concebir para sus clases el proceso de obtención de los procedimientos de cálculo escrito mediante el método de búsqueda independiente.

### **II.1.6 Resultados de la entrevista aplicada a directivos y metodólogos.**

La entrevista fue aplicada a seis directores y cinco jefes de ciclo de algunos de los centros incluidos en la muestra y también a tres metodólogos municipales. Tuvo como objetivo complementar la información recogida mediante otros métodos empíricos acerca de la obtención de los procedimientos de cálculo escrito y la aplicación del método de búsqueda independiente en ese proceso.

La base fundamental para la entrevista fueron los resultados que se constataron en la práctica escolar en cuanto al dominio por los alumnos, de las habilidades *calcular* utilizando estos procedimientos escritos y *describir* los pasos que siguen, así como la incidencia que en el estado actual puede tener el método con el cual obtienen las sucesiones de pasos de cálculo. El cuestionario aplicado se puede ver en el **anexo 7**.

El 100% de los entrevistados admitió que existen dificultades en el dominio de los procedimientos de cálculo escrito por los alumnos. Esta opinión concuerda con los resultados que se constataron mediante la prueba pedagógica, en la cual hubo un 20,8% de alumnos desaprobados al calcular y el 93,6% de desaprobados al describir el procedimiento de cálculo.

Atribuyeron diferentes causas a esas dificultades y todas ellas, independientemente de la frecuencia con que fueron planteadas, resultan de interés y son expuestas a continuación:

1. Algunos alumnos llegan a tercer grado sin haber memorizado los ejercicios básicos (92,9%).
2. Falta de variedad en las formas de la ejercitación, esta es poco atractiva (71,4%).
3. Algunos maestros tienen como principal método en sus clases la repetición mecánica de los procedimientos (64,3%).

4. Algunos maestros no exigen a los alumnos que expliquen cómo calcularon (64,3%).
5. Las formas de control utilizadas no favorecen conocer la causa de los errores al calcular (57,1%).
6. Se utiliza poco el libro de texto para el estudio de los pasos de los procedimientos de cálculo escrito (35,7%).

Obsérvese que la aplicación de los métodos está entre las tres primeras posibles causas de las dificultades existentes en el dominio de los procedimientos de cálculo escrito.

El 100% consideró que no es suficiente la atención de los maestros a las habilidades *describir* y *explicar* los procedimientos de cálculo escrito durante su tratamiento, que se prioriza el desarrollo de la habilidad *calcular*. Los argumentos planteados se resumen de la forma siguiente:

1. La mayor cantidad de ejercicios para desarrollar la habilidad de calcular son formales (78,6%).
2. Los maestros se conforman cuando los alumnos saben calcular (71,4%).
3. Cuando controlan los resultados no se les pide a los alumnos que expliquen cómo calcularon (64,3%).
4. Algunos maestros no explican a los alumnos por qué tienen que hacer los pasos del procedimiento tal como los plantean (64,3%).
5. Cuando los alumnos van a la pizarra y describen el procedimiento, lo hacen para el ejercicio que calculan y no lo describen como está en la sucesión de pasos del libro de texto (50,0%).
6. Los alumnos nunca escriben en su libreta los pasos del procedimiento ni los leen en el libro de texto (21,4%).

Ninguno de los entrevistados consideró, explícitamente, carencias o dificultades en la aplicación de los métodos para obtener o ampliar los procedimientos de cálculo escrito como una causa de las limitaciones de los alumnos comprobadas en la descripción de las sucesiones de pasos para calcular. Pero los argumentos enumerados con 2 y 6 están directamente relacionados con ese aspecto.

De las opiniones acerca de la aplicación de los métodos para la obtención de los procedimientos de cálculo escrito se puede inferir como regularidad la preferencia de los entrevistados por el método expositivo, aunque no lo confirman como el más empleado por los maestros. Lo anterior se infiere básicamente de estas ideas:

- Los maestros prefieren la explicación del procedimiento porque aprovechan mejor el tiempo de la clase (50,0%).
- El método más frecuente es el expositivo (la explicación del maestro, el método oral, decirles a los alumnos cómo se hace y ejemplificarlo) (35,7%).
- El método más usado es el de elaboración conjunta (35,7%).
- Siempre son los mismos métodos: o el maestro explica el procedimiento o lo elabora conjuntamente con los alumnos (28,6%).

Las demás conjeturas también merecen tenerse en cuenta, pues provocan la reflexión y pueden incitar a la constatación científica. Ellas son:

- Los alumnos que participan en la elaboración conjunta siempre son los mismos y se pierde tiempo (28,6%).
- El método de elaboración conjunta es más ventajoso porque permite la participación activa de los alumnos en la elaboración del procedimiento (28,6%).
- Si se ejercita bastante y con formas variadas los alumnos aprenden bien los procedimientos de cálculo, no importa el método con que se enseñaron (28,6%).
- A veces el método de elaboración conjunta no es efectivo porque el maestro no guía bien la conversación o no pregunta de la mejor manera (21,4%).

El 100% de los entrevistados manifestó no haber constatado la aplicación del método de búsqueda independiente para la obtención de los procedimientos de cálculo escrito.

Las razones dadas para que este método no se aplique fueron:

- En las Orientaciones Metodológicas de Matemática se plantean solamente dos métodos: dar el procedimiento o elaborarlo con los alumnos, y es por ahí por donde se guían los maestros (35,7%).
- Los maestros no saben planificar ese método porque nunca se trata en las actividades metodológicas ni tampoco aparece explicado en otros materiales que traten de la enseñanza de la Matemática (21,4%).

- No se dan recomendaciones en las Orientaciones Metodológicas de Matemática para ese método (14,3%).
- El trabajo independiente de los alumnos requiere mucho tiempo y no alcanzaría el turno de la clase (14,3%).

El 14,3% de los entrevistados dijeron no tener conocimientos sobre el método de búsqueda independiente y prefirieron no opinar al respecto.

Al buscar una causa principal entre las opiniones ofrecidas para la no aplicación de ese método en el proceso de obtención de los procedimientos de cálculo escrito se aprecia que ninguna de las frecuencias obtenidas representa al menos la mitad de la muestra.

Sin embargo, de las causas expuestas por el 85,7% de los entrevistados para la no aplicación del método de búsqueda independiente para la obtención de los procedimientos de cálculo escrito, se infieren por el investigador las siguientes:

- Las Orientaciones Metodológicas de Matemática de tercer grado no contienen recomendaciones específicas que les faciliten su preparación para aplicarlo.
- No ha sido suficientemente tratado este método con los maestros que han impartido Matemática en el tercer grado de la enseñanza primaria

Las recomendaciones de los entrevistados estuvieron centradas en que para mejorar el estado actual de la enseñanza de los procedimientos de cálculo escrito ha de enfatizarse en el conocimiento teórico y práctico del método de búsqueda independiente (85,7%) y en la realización de actividades metodológicas sobre el tratamiento de los procedimientos de cálculo escrito (85,7%).

En esta última pueden incluirse todos los subprocesos del trabajo con los procedimientos, no solo el de obtención, por lo que resulta muy amplia.

La recomendación de disponer de información sobre el método de búsqueda independiente para “elaborar” los procedimientos de cálculo escrito y ponerlo en práctica (85,7%) confirma la carencia de teoría acerca del método en cuestión y la necesidad que se siente de esa teoría cuando se aborda la posibilidad de su aplicación práctica.

Una recomendación dada por el 50% de los entrevistados fue la de mejorar el uso del libro de texto para el estudio independiente de los alumnos, lo cual, desde la perspectiva de que estudio independiente no sea solamente resolver ejercicios de

cálculo sino también trabajar con los textos literales que en él aparecen, es acertada por cuanto crea condiciones para el manejo correcto del lenguaje matemático, especialmente cuando se trata de describir cómo se procede al calcular.

En general, mediante la entrevista se manifestaron puntos de vista y argumentos que confirman aspectos reconocidos en la observación a clases, la revisión de los planes de clase y la encuesta a los maestros.

## **II.2 Integración de los resultados obtenidos mediante métodos empíricos.**

El proceso de obtención de los procedimientos de cálculo escrito visto desde la definición operacional presentada en el Capítulo I no pudo ser observado en clase porque no fue desarrollado, ni tampoco valorado al menos a partir de su planificación al no ser concebido por los maestros al proyectar o preparar sus clases. Se ha hecho una aproximación a su estudio a partir de lo observado a las clases en las cuales se *obtuvieron* sucesiones de pasos para calcular mediante el método de elaboración conjunta.

Los diferentes aspectos que han sido objeto de indagación pueden agruparse en cuatro tópicos y al ponerlos en relación con los métodos y técnicas mediante los cuales se ha indagado, así como los resultados más generales obtenidos se pueden resumir determinadas regularidades de la siguiente manera:

- Conocimientos teórico-metodológicos evidenciados acerca del proceso de obtención de los procedimientos de cálculo.

A partir de la observación de clases, el análisis de los planes de clase para la obtención de los procedimientos de cálculo, la encuesta a los maestros y la entrevista a los directivos se percibe que los conocimientos sobre el tema son incompletos y están permeados por la práctica rutinaria y la carencia de fuentes actualizadas que den al tratamiento del cálculo un enfoque diferente a las formas tradicionales de enseñar ese contenido.

- Preparación de las condiciones objetivas y subjetivas necesarias y suficientes para el desarrollo del proceso.

A partir de los mismos métodos enunciados en el aspecto anterior se constató insuficiente provisión de los recursos didácticos para conducir un proceso en el que se dé la máxima atención tanto a la adquisición de los conocimientos como al fomento de un clima afectivo-volitivo que estimule el desarrollo personal y del grupo. Se constató disposición para preparar un proceso de obtención de los procedimientos de cálculo con esas características.

- Desarrollo del proceso de obtención de los procedimientos de cálculo con la implicación directa de los alumnos.

Además de los métodos de observación de clases, el análisis de los planes de clase, la encuesta y la entrevista que permitieron hacer apreciaciones sobre este aspecto, se tuvo en cuenta también el análisis de las anotaciones de los alumnos en sus libretas hechas en la clase en la cual se “obtuvo” el procedimiento. Se constató en general el predominio de la enseñanza de las sucesiones de pasos para calcular centrada en el maestro, y de la actividad reproductiva de los alumnos durante su ejecución. Es débil la concreción de la actividad independiente de los alumnos en la búsqueda del procedimiento.

- Dominio por los alumnos de la sucesión de pasos para calcular.

Por medio de la observación de clases, el análisis de las notas de clase de los alumnos, las pruebas pedagógicas y la entrevista a los directivos se confirmó la existencia de dificultades en la descripción de los procedimientos de cálculo y la ejecución mecánica de ellos, y la ocurrencia de más errores procedimentales que de cálculo propiamente.

## **Conclusiones del capítulo**

- Los procedimientos de cálculo ocupan una posición principal en el currículo de la asignatura Matemática en el tercer grado y dentro de este complejo de materia lo esencial del saber matemático son las sucesiones de pasos para calcular.

- Generalmente no se propicia la obtención de la sucesión de pasos a partir del trabajo de los alumnos con los elementos del objeto del conocimiento, sino que esa sucesión generalmente es dada y en lo adelante se trata de repetir, aun cuando muchos de los alumnos no sean capaces de describirla correctamente.
- Está afectado el dominio de los procedimientos de cálculo por los alumnos, fundamentalmente en cuanto a la descripción de los pasos al calcular. Los errores de cálculo que predominan son procedimentales y ocurren con más frecuencia cuando existe el sobrepaso. Una causa de esta situación es la práctica tradicional de dar la sucesión de pasos para calcular y no implicar a los alumnos en su obtención.
- El proceso de obtención de los procedimientos de cálculo escrito mediante el método de búsqueda independiente no ha sido objeto de trabajo por los maestros y directivos y una causa importante ha sido la carencia de elementos teóricos y metodológicos para su preparación por los docentes. Para contribuir al logro de la transformación a que se aspira se necesita disponer de más recursos didácticos acerca del proceso de obtención de los procedimientos de cálculo desde la perspectiva del carácter desarrollador que debe tener el proceso de enseñanza aprendizaje.

### **CAPITULO III: MODELO DIDÁCTICO DEL PROCESO DE OBTENCIÓN DE LOS PROCEDIMIENTOS DE CÁLCULO ESCRITO MEDIANTE BÚSQUEDA INDEPENDIENTE**

En este capítulo se presenta el modelo didáctico para la obtención de los procedimientos de cálculo escrito en el tercer grado de la enseñanza primaria sobre la base de los presupuestos teóricos abordados en el Capítulo I y la experiencia resultante del diagnóstico expuesto en el Capítulo II. También se exponen los resultados de la consulta a especialistas y de la validación práctica del modelo.

#### **III.1- Fundamentación del modelo didáctico para la obtención de los procedimientos de cálculo escrito mediante búsqueda independiente**

##### **III.1.1- Consideraciones teórico-prácticas que sustentan la necesidad del modelo**

La Didáctica es una ciencia pedagógica que tiene como objeto de estudio el proceso de enseñanza aprendizaje (80: 33) visto desde dos dimensiones: la humana y la cultural (3: 5). Aún cuando la Didáctica “tiene como su núcleo a la enseñanza y esta al aprendizaje” (38: 89), ambos aspectos se manifiestan en su unidad dialéctica en el proceso de enseñanza aprendizaje, proceso que deviene espacio ideal para la instrucción y la educación de los alumnos.

Las didácticas especiales abordan ese objeto desde la teoría y la práctica de las disciplinas, es decir, explican el proceso de enseñanza aprendizaje en el ámbito escolar de las materias específicas de los currículos disciplinares (173: 37).

Los elementos o subprocesos del proceso de enseñanza aprendizaje, ya sean desde una concepción general o en un campo disciplinar específico son susceptibles de modelación, entendida esta como “un procedimiento gnoseológico que se utiliza para limitar la diversidad de los fenómenos que se conocen, lo que resulta necesario para organizar la cantidad de información que llega al sujeto” (116: 12)

El modelo es una construcción teórica que interpreta, diseña y reproduce simplificadamente un objeto de estudio, ya sea toda su realidad o parte de ella, en correspondencia con una necesidad histórico-concreta y de una teoría referencial (116: 11). Tal construcción “permite descubrir y estudiar nuevas relaciones y cualidades de ese objeto de estudio con vistas a la transformación de la realidad” (201: 80).



Por **modelo didáctico** se asume “la representación de aquellas características esenciales del proceso de enseñanza – aprendizaje o de alguno de sus componentes con el fin de lograr los objetivos previstos” (200: 11). Su visualización por medio de un esquema refuerza las cualidades de “mediador entre la realidad y el pensamiento” y de “estructura en torno a la que se organiza el conocimiento” (40: 2).

El autor ha considerado la conveniencia de un modelo didáctico para la obtención de los procedimientos de cálculo escrito en tercer grado atendiendo a razones sustentadas en referentes teóricos y en necesidades de la práctica:

- La obtención de los procedimientos de cálculo es un proceso fundamental en el aprendizaje de la Aritmética y se reitera significativamente durante un largo periodo del aprendizaje escolar en la Educación Primaria, por lo cual merece ser estudiado a profundidad y proyectar acciones en aras de su perfeccionamiento didáctico. Un modelo didáctico que muestre la integración de sus componentes estructural y funcional esenciales deviene medio para el trabajo metodológico encaminado a ese fin.
- Una de las transformaciones que se precisan en el proceso de obtención de los procedimientos de cálculo escrito es lograr mayor implicación de los alumnos en la búsqueda del conocimiento mediante el despliegue de sus fuerzas internas. Para alcanzarla se requiere de la reflexión sobre los métodos de enseñanza que se emplean y sobre cómo aprovechar y estimular las potencialidades del desarrollo que van surgiendo en los alumnos como resultado de la actividad cognoscitiva y de la socialización de los conocimientos que adquieren.
- Para los maestros es una necesidad disponer de más información teórica y metodológica acerca de cómo abordar la obtención de los procedimientos de cálculo desde la perspectiva de un proceso de enseñanza aprendizaje centrado en los alumnos. En alguna medida se contribuye a minimizar esa necesidad cuando se abordan explícitamente aspectos relacionados con el método de búsqueda independiente, que si bien está reconocido como un método apropiado para el proceso en cuestión, no está suficientemente explicado ni ejemplificado para el contexto de la enseñanza de los procedimientos de cálculo escrito en tercer grado.

### **III.1.2- Fundamentos del modelo didáctico**

Los fundamentos que a continuación se presentan constituyen un elemento esencial en relación con el objeto de estudio desde una perspectiva filosófica, sociológica, psicológica, pedagógica y didáctica. Dichos fundamentos facilitaron al autor concebir el proceso de obtención de los procedimientos de cálculo mediante búsqueda independiente bajo la premisa de que todo proceso es susceptible de ser estudiado multilateralmente, en estrecha relación con otros objetos o fenómenos con los cuales está concatenado.

Para la explicación y proyección de dicho proceso se ha asumido la dialéctica materialista como su plataforma filosófica lo cual ha permitido estudiarlo, analizarlo, comprenderlo y valorarlo integralmente, a través del análisis de sus partes y su integración como proceso sistémico. Este enfoque ha permitido al autor plantearse la concepción del diagnóstico, la transformación y la estructuración del modelo didáctico, concebido este como un sistema teórico estrechamente relacionado con la práctica.

El proceso de obtención de los procedimientos de cálculo mediante búsqueda independiente se ha abordado sobre la base del principio de la práctica, por cuanto el fin supremo del conocimiento es servir al planteo y solución adecuada de los problemas que surgen ante el hombre en el despliegue de su multifacética actividad. Como en el curso de su aplicación práctica, los conocimientos se verifican, se completan, se rectifican, se desarrollan y trascienden en múltiples direcciones, el modelo didáctico propuesto deviene medio para validar en la práctica las posiciones teóricas asumidas acerca del papel mediador del maestro y del desempeño activo y creador de los escolares en el proceso de enseñanza aprendizaje.

Atendiendo al papel transformador de la escuela en el contexto de la sociedad en general se ha asumido la necesidad de concretar en la práctica acciones para el logro de las exigencias del Modelo de escuela primaria que a su vez trascienden hacia el alcance de los objetivos y fin de la Educación en Cuba.

Un aspecto fundamental que se ha tenido en cuenta al respecto es la relación que se establece entre alumno – alumno, alumno –profesor y entre estos y el grupo en general, lo que presupone la consideración de las particularidades de dicha relación al determinar las pautas de actuación del maestro y de los alumnos en el desarrollo del

proceso de obtención de los procedimientos de cálculo escrito mediante búsqueda independiente.

Constituyen además fundamentos teóricos esenciales del modelo didáctico en el presente trabajo desde el punto de vista psicológico, las ideas desarrolladas por la escuela histórico-cultural. La teoría acerca de las funciones psíquicas superiores, en estrecha relación con el medio socio histórico como resultado de un proceso de mediatización (objetos, instrumentos, signos, significados) a considerar en esta dirección.

Para el desarrollo del proceso de obtención de los procedimientos de cálculo desde la perspectiva abordada, se asume el lenguaje como capacidad humana, que se adquiere en el proceso de socialización del individuo y que avala la importancia de la lengua en los procesos cognitivos, afectivos y comunicativos, que tienen lugar en la actividad y en situaciones sociales de comunicación. El pensamiento opera con conceptos, acto inseparable de la palabra; los juicios y razonamientos se expresan por medio del lenguaje oral o escrito, por medio de la palabra.

Se comparte el criterio vigotskiano de que los individuos utilizan el lenguaje con fines sociales para influir en los demás y luego lo utilizan para influir sobre sí mismos. Asumir la idea anterior implica reconocer que el planteamiento verbal de los razonamientos hechos a partir de los objetos analizados y su comunicación a los demás por los propios alumnos es una materialización del lenguaje que expresa el pensamiento; se convierte dentro del modelo didáctico en uno de los elementos claves de la formación de un nuevo conocimiento, primero en el plano de la externalización y luego en el de la internalización, procesos que solo son posibles sobre la base de la unidad dialéctica entre pensamiento y lenguaje en espacios de comunicación.

Se han asumido los conceptos de *situación social del desarrollo* y de *zona de desarrollo próximo* como fundamentos esenciales para concebir las tareas de aprendizaje para la obtención de los procedimientos de cálculo mediante búsqueda independiente, en función de estimular y promover saltos cualitativos en los escolares de tercer grado. Al maestro corresponde propiciarles los niveles de ayuda necesarios para que trascienda el desarrollo logrado en ellos a estadios superiores.

Se le concede significativo valor al aspecto motivacional, al papel esencial del interés cognoscitivo. Las tareas para la obtención de los procedimientos de cálculo no solo deben estar precedidas de una situación movilizadora del interés de los escolares por ocuparse del objeto en cuestión, sino que ellas mismas se convierten en un medio potenciador del interés cognitivo en la medida que sus indicaciones parten de lo que ya se domina y luego van creando nuevas necesidades de aprendizaje.

Desde el punto de vista pedagógico, el modelo didáctico que se presenta contribuye a la formación de rasgos de la personalidad integral de los alumnos, al combinar coherentemente lo instructivo, lo educativo y lo desarrollador.

En correspondencia con los fundamentos antes apuntados, el modelo didáctico es portador de características del proceso de enseñanza aprendizaje desarrollador, el cual constituye fundamento teórico-metodológico de la escuela cubana, al garantizar “la apropiación activa y creadora de la cultura, favoreciendo el desarrollo de su auto-perfeccionamiento constante, de su autonomía y autodeterminación, en íntima conexión con los necesarios procesos de socialización, compromiso y responsabilidad social” (35: 33), a partir de tres criterios básicos: garantizar la unidad de lo cognitivo y lo afectivo-valorativo; garantizar el tránsito progresivo de la dependencia a la independencia y a la autorregulación, y desarrollar la capacidad para realizar aprendizajes a lo largo de la vida, mediante el dominio de las habilidades y estrategias para aprender a aprender y de la necesidad de una auto-educación constante.

Desde el punto de vista didáctico se ha asumido que por medio del método se llega a concretar la relación objetivo-contenido a la vez que este está condicionado por ella. La interrelación entre estos tres componentes tiene carácter sistémico, de ahí que para la elaboración y dirección de las tareas de aprendizaje con vistas a la obtención de los procedimientos de cálculo mediante búsqueda independiente se necesite considerar básicamente las características del contenido de enseñanza (extensión, profundidad), el momento en que se inserta el procedimiento de cálculo a obtener dentro del curso de la totalidad del contenido y el nivel alcanzado por los alumnos.

La precisión de los fundamentos expuestos fue aspecto decisivo para la elaboración del modelo didáctico cuya representación gráfica se muestra en la **figura 3**.

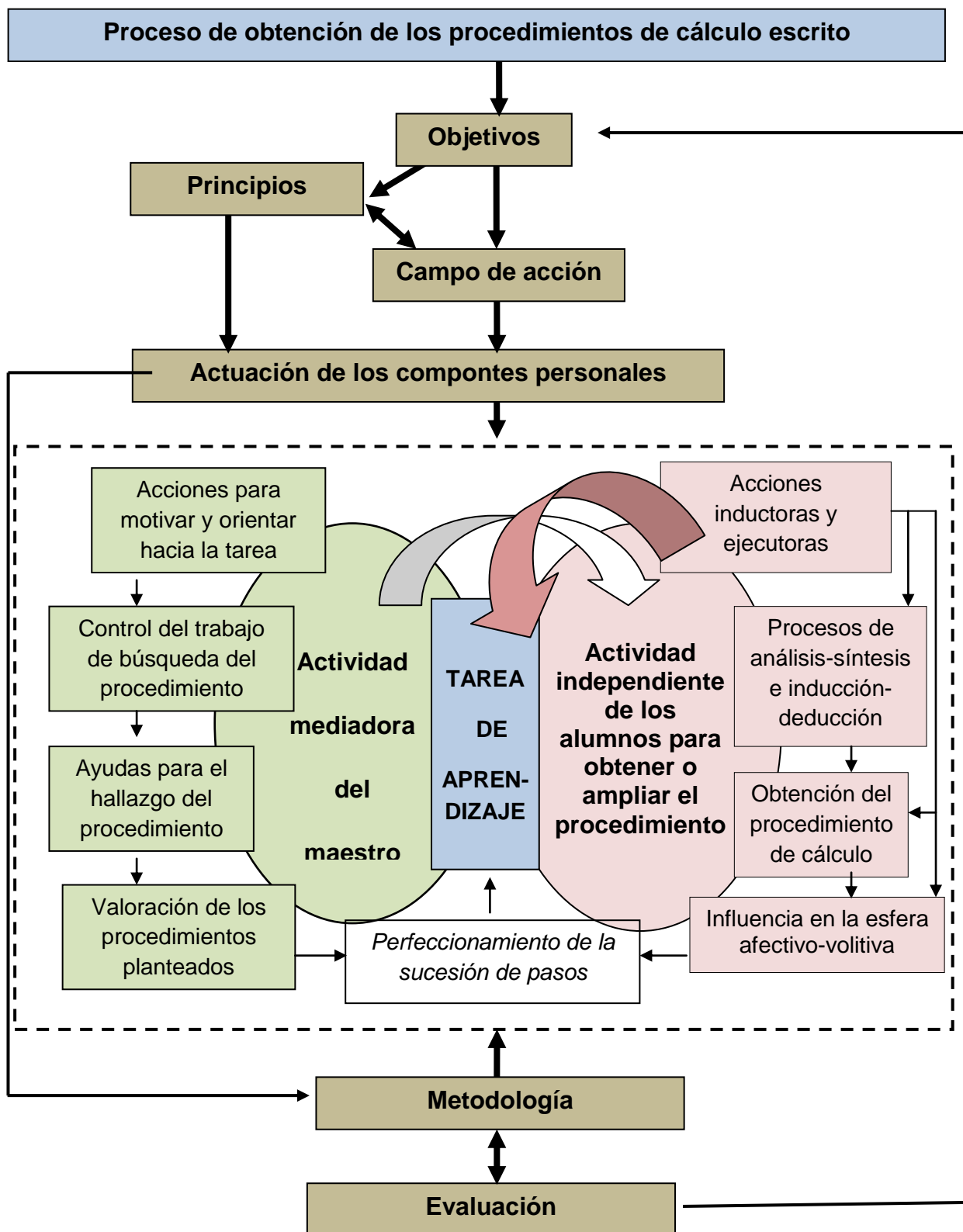


Figura 3: Modelo didáctico del proceso de obtención de los procedimientos de cálculo escrito mediante el método de búsqueda independiente

## **III.2 Explicación del modelo didáctico del proceso de obtención de los procedimientos de cálculo escrito**

### **III.2.1. Objetivos del modelo didáctico**

Los objetivos del modelo didáctico se han planteado desde la perspectiva de que la actuación del maestro trascienda lo meramente informativo y más que comunicar un procedimiento de cálculo su propósito sea **propiciar acciones cognitivas que conformen experiencias desarrolladoras transferibles a nuevas situaciones de aprendizaje**, y considerando que de los alumnos se aspira su desempeño como agentes racionalmente activos en la elaboración de sus conocimientos, por tanto se tiene el objetivo de que lleguen a **obtener (o ampliar) las sucesiones de pasos de los procedimientos de cálculo escrito mediante búsqueda independiente**.

Ambos objetivos del modelo didáctico contribuyen a uno más general: contribuir al perfeccionamiento de la estructuración didáctica para el proceso de obtención de los procedimientos de cálculo escrito en tercer grado, en aras de una aproximación al cumplimiento de las exigencias del Modelo de la Escuela Primaria cubana respecto a un proceso de enseñanza aprendizaje centrado en los alumnos.

### **III.2.2- Principios que rigen el modelo didáctico**

Se asume que los principios del modelo “son las regularidades más generales y esenciales que caracterizan el proceso o fenómeno en estudio” (14: 81) y que “permiten orientar la actividad de maestros y alumnos en el proceso de enseñanza aprendizaje” (155: 42). Los principios declarados en el modelo didáctico han de servir de guía a los docentes al planificar y desarrollar el proceso de obtención de los procedimientos de cálculo mediante el método de búsqueda independiente.

#### **- Principio del papel del alumno como sujeto de su propio aprendizaje**

Las tareas de aprendizaje deben generar la actividad de los alumnos con carácter creativo o transformador, actividad que permita la transformación del material didáctico, y la abstracción de un nuevo producto, en este caso de una sucesión de pasos para resolver determinado tipo de cálculo. Este principio presupone, que los alumnos no reciban los procedimientos de cálculo ya listos, sino que actúen conscientemente y sean ellos mismos quienes, en tanto se aproximen a las condiciones de su origen

revelen lo más posible su formulación en forma de indicaciones o reglas. La aplicación de este principio lleva implícito que los alumnos lleguen a hacer la transferencia de los conocimientos aprendidos y de los métodos para obtenerlos. Tiene valor heurístico para enseñar a aprender y aprender a aprender cuando los conocimientos no se dan en forma ya elaborada.

#### **- Principio del equilibrio**

Declarar y adoptar este principio es importante por la necesidad de tener en cuenta un adecuado balance en la cantidad de las indicaciones didácticas para el proceso de búsqueda y en el manejo del vocabulario técnico. Del primer aspecto porque si las indicaciones didácticas son insuficientes entonces la actividad cognoscitiva de los alumnos encuentra demasiados obstáculos que les impiden progresar, habría que dar excesivas ayudas y correr el riesgo de que se pierda el interés por la actividad; si las indicaciones dadas son muchas se sobrecarga la orientación para la búsqueda, se corre el riesgo de que los alumnos no fijen la atención en las ideas específicas que deben ser elaboradas, desaprovechen el tiempo y no lleguen a la solución de la tarea de aprendizaje. Por otra parte, la estructuración verbal de la tarea, de sus indicaciones y la formulación del procedimiento al que se debe arribar mediante su solución exigen precisión y claridad en el manejo de los conceptos y otros términos matemáticos: si el maestro no ajusta el tecnicismo necesario a las características del lenguaje de sus alumnos en estrecha relación con el desarrollo de su pensamiento infantil entonces sus palabras devienen signos sin significado, pero si sobredimensionando las características y estilos del lenguaje y el pensamiento de los alumnos el maestro hace un reduccionismo vulgar del vocabulario técnico entonces se frena el desarrollo del lenguaje y del pensamiento durante el proceso de obtención de los procedimientos de cálculo, lo cual tendrá inminente efecto negativo para nuevos aprendizajes.

#### **- Atención a las diferencias individuales**

Este principio constituye una exigencia didáctica para dirigir un proceso de enseñanza aprendizaje desarrollador. Se precisa conocer cuál es el nivel logrado en los escolares y cuáles son sus potencialidades en correspondencia con el momento del desarrollo en que están de modo que la enseñanza lleve realmente tras sí el desarrollo de los escolares. En tal sentido el diagnóstico debe ser permanente, y dirigido tanto a la

apropiación de conocimientos y habilidades específicos como a las habilidades que trascienden la asignatura de Matemática (leer, escribir, comunicarse, resolver tareas de forma independiente). En el transcurso de las tareas se precisa conocer cómo inició y cómo va avanzando cada alumno y, si es preciso, dar la ayuda necesaria para que llegue con éxito al final de la tarea. Se ha de dar la ayuda óptima, entendida esta como la que no anticipa el resultado, se da en el momento oportunamente necesario y es el impulso imprescindible para progresar en la actividad independiente.

**- Principio de la unidad de lo afectivo y lo cognitivo.**

Al quehacer del maestro con sus alumnos tiene que estar incorporada la convicción de que aprender algo nuevo causa satisfacción y mucho más si es deseado. Los estados de placer ante la actividad cognitiva condicionan la predisposición para el aprendizaje y con ello la voluntad, el esfuerzo personal por resolver las metas planteadas, las que son mejor resueltas cuando han despertado el interés, cuando las tareas planteadas resuelven una necesidad. Esto viene dado por la relación que se produce entre las esferas de la regulación inductora y la ejecutora de la personalidad, cuya unidad funcional se expresa en los motivos por la actividad, es decir, la forma en que se toma conciencia de las necesidades y las manifestaciones conductuales, reflexivas y valorativas asumidas en la actividad misma. En el proceso de obtención de los procedimientos de cálculo no solo se trata de encauzar un aprendizaje y de estimular el desarrollo del pensamiento, sino también influir sobre la esfera afectiva de los alumnos: en sus sentimientos, en sus convicciones, en el significado que asocian a lo aprendido para su desenvolvimiento personal y para la vida.

### **III.2.3 Acerca de los demás componentes del modelo y su dinámica**

La **tarea de aprendizaje** deviene medio fundamental para el proceso de obtención de los procedimientos de cálculo escrito mediante búsqueda independiente, en ella se establece el objetivo que se debe lograr y las acciones que guían el transcurso de la actividad mental de los alumnos para alcanzarlo, conformando una hoja de trabajo.

Para que la tarea de aprendizaje sea aceptada y no se convierta en una meta imposible requiere de la estructuración de indicaciones en forma de ejercicios, preguntas y sugerencias que garanticen los elementos necesarios y la mayor



aproximación posible a ser suficientes, para guiar a los alumnos hacia el logro del objetivo. El conjunto conformado por la tarea en sí y las indicaciones para su desarrollo se elaborarán en función de activar la zona de desarrollo próximo de los alumnos

La **actuación de los componentes personales** del proceso de obtención de los procedimientos de cálculo escrito mediante búsqueda independiente –maestro y alumnos- conforma una unidad dialéctica, la diferencia entre los modos de hacer de ambos está dada por el carácter rector de los objetivos declarados en el modelo.

Es condición del modelo didáctico propuesto que **el maestro** desempeñe el papel de mediador del desarrollo de la actividad cognoscitiva de los alumnos, de modo que “propicie en cada momento que el alumno participe en la búsqueda y utilización del conocimiento” (152: 12). Depende significativamente de su papel mediador posibilitar el progreso, aunque sea mínimo, de cada uno de los alumnos implicados en la búsqueda de la sucesión de pasos para calcular.

Una dirección del proceso bajo tal condición exige del maestro tener un diagnóstico actualizado de los conocimientos sobre el cálculo y las habilidades al respecto de cada uno de sus alumnos y concebir cuidadosamente la tarea de aprendizaje y las indicaciones para resolverla.

Las **acciones para motivar y orientar hacia la tarea** deben ser concebidas sobre la base de los conocimientos y habilidades propios de otros procedimientos de cálculo ya aprendidos y que permitan la conexión con el procedimiento que debe ser hallado. Si se trata de ampliar el procedimiento, entonces la necesidad de ocuparse de él tiene que ser descubierta en el análisis de ejercicios portadores de un nivel de dificultad para el cual no fue suficiente la sucesión de pasos ya formulada en un momento anterior.

La orientación del maestro estará dirigida a la macro acción, es decir, a la búsqueda del procedimiento y a los modos de operar con la hoja de trabajo. También dará recomendaciones en cuanto a las formas de organización del trabajo independiente, propiciando el trabajo por parejas o en pequeños grupos.

Para el **control del trabajo de búsqueda del procedimiento** el maestro observará cómo se emplea la hoja de trabajo, si avanzan o no en el cumplimiento de las indicaciones y qué obstáculos encuentran. Especial observación hará sobre el aspecto

comunicativo entre los alumnos y las relaciones de colaboración que se establecen. El recorrido por el aula y el acercamiento particularizado son necesarios para el control.

Las **ayudas para el hallazgo del procedimiento** parten de la efectividad del control del maestro sobre la actividad de los alumnos. Los impulsos que se den tendrán el propósito de reforzar la orientación para el cumplimiento de las indicaciones contenidas en la hoja de trabajo, los cuales deben ser previstos antes del desarrollo del proceso de obtención del procedimiento de cálculo. Un último impulso pudiera ser la recomendación de intercambiar con otro compañero que ya haya avanzado suficientemente para aprender de él cómo procedió.

Siempre habrá **valoración de los procedimientos planteados** con la finalidad de destacar los aciertos, tanto en la propia formulación de la sucesión de pasos como en la actitud y el trabajo ante la tarea. Es recomendable destacar todo avance por mínimo que parezca y llamar la atención hacia aquellas principales invariantes en las que no fue suficiente lo logrado.

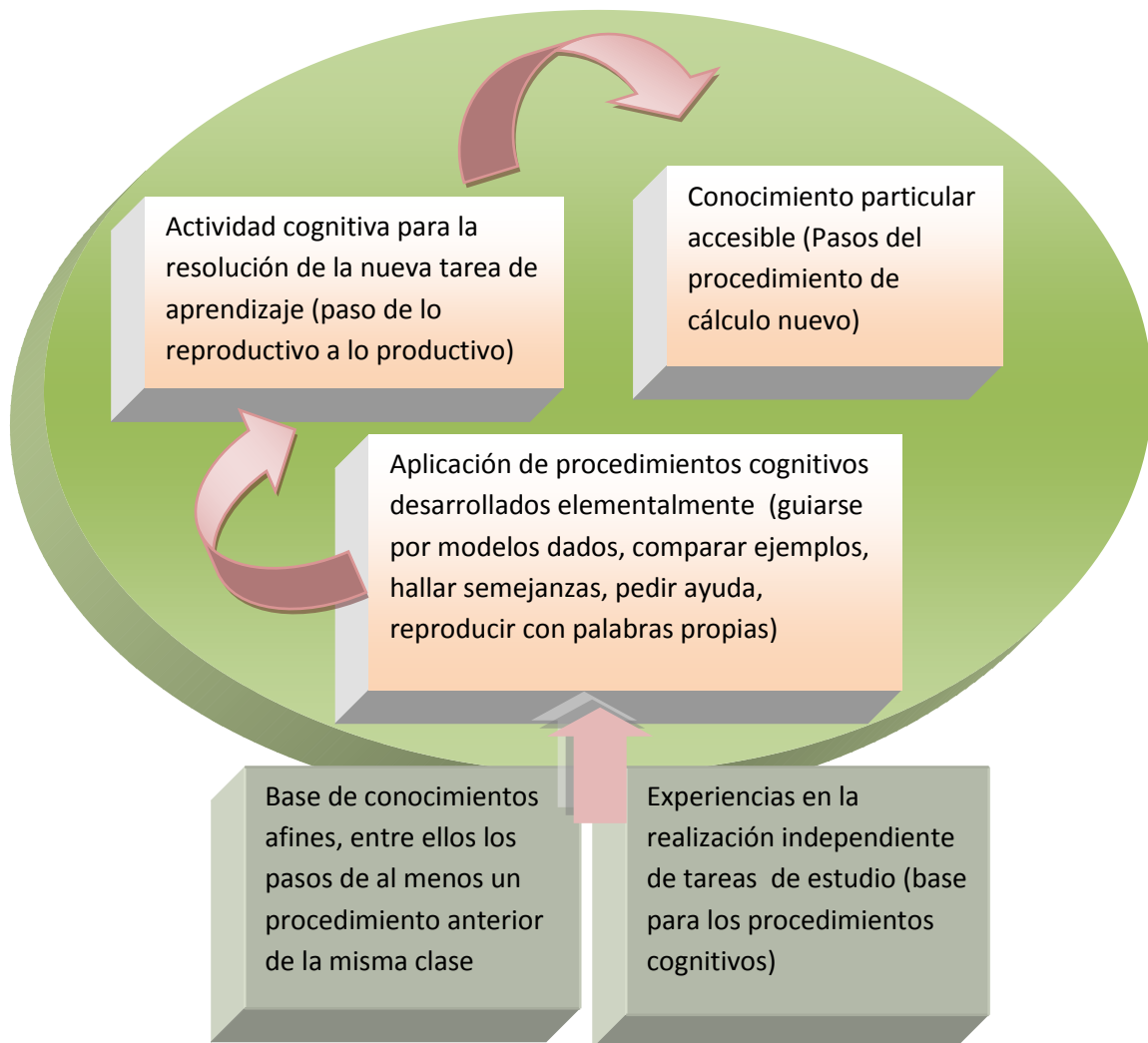
El **perfeccionamiento de la sucesión de pasos** constituye una necesidad para garantizar su correcta formulación, para lo cual es imprescindible que el maestro disponga de una descripción del procedimiento que cumpla las características de ser generalizado, completo y formulado con el lenguaje adecuado. Corresponde al maestro proponer el mejoramiento de lo expresado por los alumnos, pero partirá de las propias formulaciones de ellos y respetará en lo posible la originalidad demostrada. En las libretas de los alumnos quedará la formulación definitiva de la sucesión de pasos.

En el proceso de obtención de los procedimientos de cálculo **los alumnos** desplegarán **acciones inductoras y ejecutoras**. Las primeras son las de autorregulación que incluyen atribuirle un significado personal al procedimiento de cálculo que deben obtener y a la tarea de aprendizaje que deben resolver, así como la propia orientación para el avance durante el transcurso del proceso. Entre las acciones ejecutoras que desplegarán se incluyen las instrumentales como manipular la hoja de trabajo, leer, escribir, y las de carácter intelectual sin las cuales no podrían resolver la tarea.

La actividad mental de los alumnos para obtener el procedimiento de cálculo será compleja al tener como presupuesto que la tarea de aprendizaje planteada penetra en la zona de desarrollo próximo y la amplía, lo cual implica en ellos los **procesos de**

**análisis-síntesis e inducción-deducción**, procesos que se generan sobre la base de de la comparación de casos planteada explícitamente en la hoja de trabajo y estimulados por las ayudas del maestro.

La **obtención del procedimiento de cálculo** se considera ahora como el resultado del despliegue de las acciones explicadas y su materialización es el planteamiento de la sucesión de pasos o descripción del procedimiento. En el referido resultado está implícito la aplicación del saber y el poder adquirido acerca de otros procedimientos de cálculo y la apropiación de experiencias de trabajo independiente ante otras tareas de aprendizaje, hayan sido o no sobre esta materia de enseñanza. El curso seguido para arribar a la obtención del procedimiento se representa en la figura 4.



**Figura 4: Curso del ascenso hacia la obtención del procedimiento de cálculo.**

La obtención de procedimientos de cálculo escrito mediante búsqueda independiente activa la situación social del desarrollo de cada alumno, lo cual significa también **influencia en la esfera afectivo-volitiva**. La atención voluntaria, los estados afectivos hacia la propia actividad y hacia los compañeros, la autovaloración y la valoración, intercambiar ideas, expresarse para sí y para los demás y el ser escuchado por los otros tiene fuerte influencia en la conformación del concepto de sí y de los otros compañeros y también en la formación de motivos por la actividad de estudio en general.

Las relaciones alumno-tarea de aprendizaje y alumno-alumno son esenciales en la obtención del procedimiento de cálculo escrito vista como un resultado y en la influencia que el proceso ejerce en la esfera afectivo-volitiva, ambas relaciones son determinantes para la concreción de la unidad de lo cognitivo y lo afectivo.

En el **perfeccionamiento de la sucesión de pasos** los alumnos tendrán un papel activo porque no se trata de cambiar la que ellos plantearon por una “mejor”, sino como resultado de la comparación con un modelo ideal del procedimiento, primero deben destacar los aciertos en sus propias descripciones de la sucesión de pasos, luego reconocer en qué aspectos deben mejorar el lenguaje empleado y por qué y, finalmente, dejar anotado el procedimiento en su forma definitiva.

La **metodología** componente del modelo didáctico que se propone resulta necesaria para desarrollar el método de búsqueda independiente en el proceso de obtención de los procedimientos de cálculo.

### **Etapas I Orientación para la tarea de aprendizaje**

- Orientación desde el maestro que dé respuesta a estas interrogantes: ¿Cuál procedimiento de cálculo van a hallar o a ampliar? ¿Por qué deben conocerlo o ampliarlo? ¿Qué tarea sobre él van a resolver de inmediato? ¿Cómo la van a resolver?
- Recepción primaria por el alumno que se revele en el análisis para el reconocimiento de la necesidad de obtener o ampliar el nuevo procedimiento de cálculo. Recepción generalizada del objetivo y la tarea sobre el nuevo procedimiento de cálculo y del método para hallarlo o ampliarlo. Inicio de la atención deliberada.

Para lograr esta orientación el maestro realizará las acciones siguientes:

- Presentación del tipo de ejercicio de cálculo y preguntas para el reconocimiento de sus características.
- Preguntas o impulsos que hagan reflexionar hacia la necesidad de ocuparse del procedimiento necesario para el tipo de cálculo.
- Planteamiento de la tarea y entrega de la hoja de trabajo.
- Planteamiento de las indicaciones generales para el trabajo.
- Control de la aceptación y recepción de la tarea.

## **Etapla II Ejecución de la tarea de aprendizaje**

### **II A: Orientación para sí**

- Leer, preguntar, pedir aclaración sobre la tarea de aprendizaje para obtener o ampliar el procedimiento de cálculo. Intercambiar con el maestro o “con el otro”. Adoptar una actitud afectivo-valorativa hacia la solución de la tarea, aceptar el objetivo como una meta personal: la de poder comunicar los pasos del procedimiento de cálculo sin que antes sean dados por el maestro.

### **II B: Búsqueda en sí**

- Trabajo con las indicaciones para el hallazgo o la ampliación del procedimiento nuevo. Intercambiar con el maestro o “con el otro”. Actividad mental intensa para el logro de la meta personal asumida: comparación análisis, síntesis, generalización. Formulación verbal escrita del resultado.
- Individualización de la orientación del maestro (si es necesaria).
- Ayuda oportuna individual o generalizada (si es necesaria).
- Autocontrol: Lectura para sí de la sucesión de pasos del procedimiento de cálculo hallado y autocorrección. Intercambio “con el otro”. Distención de las fuerzas internas movilizadas para hallarlo.

## **Etapla III Control y valoración del resultado de la tarea y de la ejecución del método por los alumnos**

- Control de los resultados del método por el maestro. Indicaciones y exhortación del maestro para un nuevo autocontrol y el control entre iguales. Valoración de logros y dificultades. Estimulación.

- Socialización del procedimiento de cálculo hallado. Perfeccionamiento de su descripción. Confirmación de la validez del procedimiento de cálculo hallado. Elevación de la estima y la autoestima.

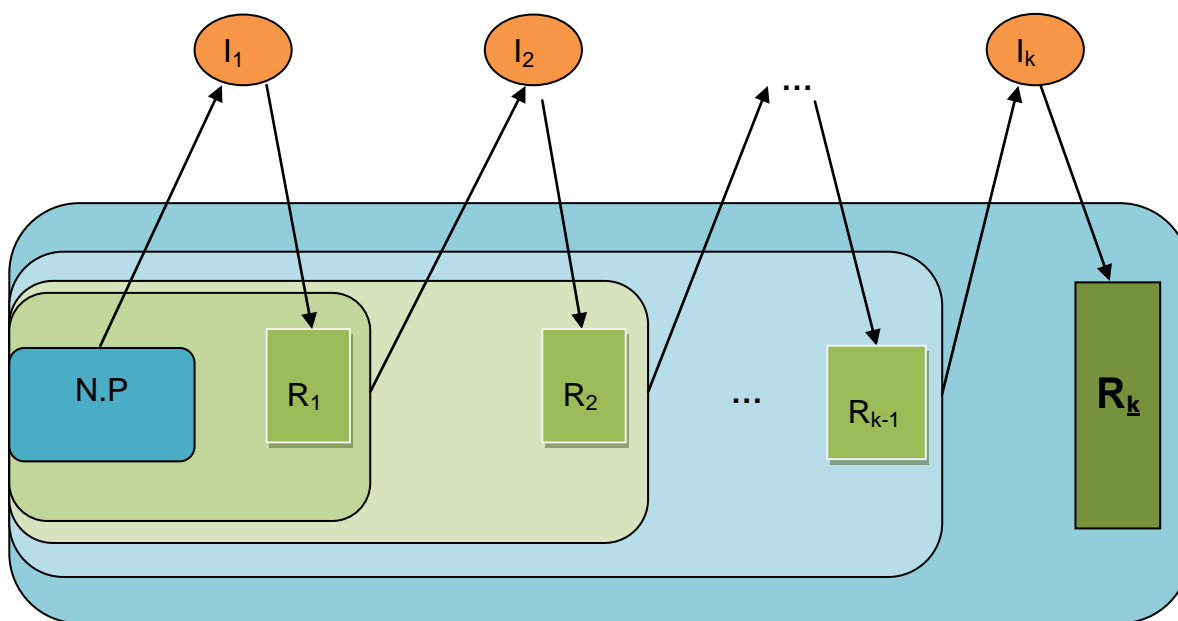
Para lograr el adecuado control y una valoración efectiva el maestro conducirá las acciones siguientes:

- Comunicación oral por varios alumnos de las sucesiones de pasos planteadas.
- Reflexión crítica colectiva en cuanto a generalidad, completitud y uso del vocabulario.
- Reformulación de los aspectos o pasos que lo requieran.
- Comparación con un procedimiento modelo.
- Perfeccionamiento o corrección de la formulación del procedimiento (en los casos necesarios)
- Reflexión colectiva sobre lo logrado, tanto en el conocimiento del procedimiento de cálculo obtenido como en la actividad intelectual de los alumnos y en su esfera afectivo-volitiva.
- Recomendaciones para avanzar ante las insuficiencias o limitaciones en la aplicación del método para la ampliación del procedimiento obtenido o la elaboración de uno nuevo.

El trabajo con la tarea corresponde a la etapa II, en la cual se ha considerado una sub-etapa denominada **búsqueda en sí** caracterizada por la realización de las indicaciones de la tarea de aprendizaje.

El trabajo con la tarea de aprendizaje durante la **búsqueda en sí** sigue este curso: el alumno ejecuta la primera indicación ( $I_1$ ) sobre la base del nivel de partida (N:P) creado; este nivel de partida que trae más los resultados de la primera indicación ( $R_1$ ) le permiten pasar a la segunda indicación ( $I_2$ ) y ejecutarla, llegando a un segundo resultado ( $R_2$ ); y así continúa hasta ejecutar todas las indicaciones.

La última de las indicaciones ( $I_k$ ) es aquella cuyo resultado es el planteamiento por el propio alumno del procedimiento objeto de la búsqueda ( $R_k$ ) tal como él ha sido capaz de exteriorizar en forma de lenguaje verbal escrito la generalización a la cual arribó luego de todo un trabajo mental intenso de análisis y síntesis. En la figura 5 se ilustra el movimiento explicado.



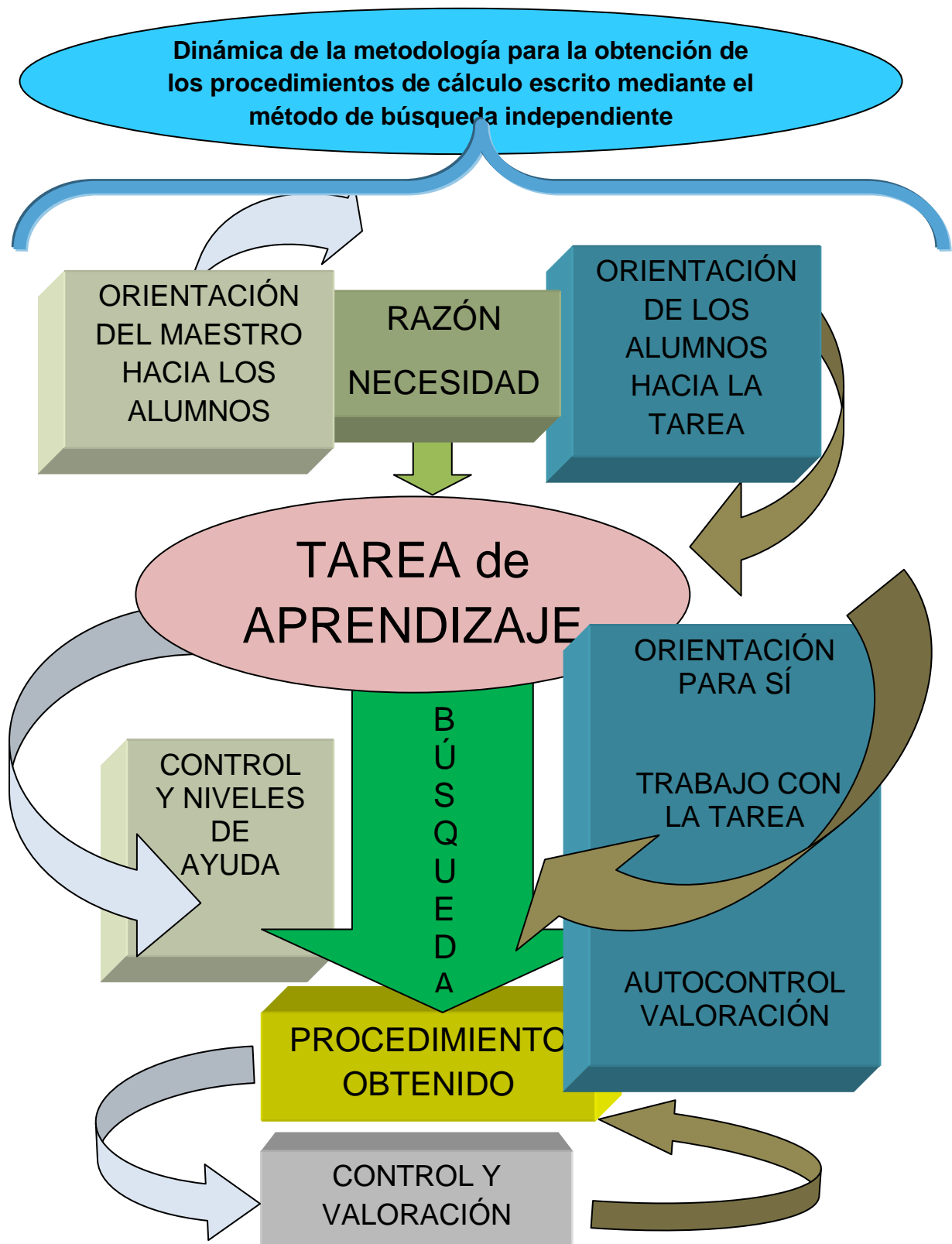
**Figura 5: Transcurso de la búsqueda en sí**

Interactuando con la motivación y la calidad de la orientación que se haya adquirido deben de estar la valoración y la autovaloración relacionadas tanto con el transcurso de la actividad como con el resultado de esta. Todos estos elementos influyen decisivamente en el efecto del método de búsqueda independiente para la obtención de los procedimientos de cálculo escrito.

La dinámica de la metodología expuesta se representa en la figura 6.

Para la **evaluación** del proceso de obtención del procedimiento de cálculo mediante búsqueda independiente y sus resultados se precisa valorar primero el efecto de su aplicación en los alumnos y después reflexionar críticamente sobre el proceder metodológico del maestro como factor determinante en la conducción del proceso.

Respecto a los alumnos se tendrá en cuenta que la apropiación de la sucesión de pasos para el cálculo en cuestión comienza desde el momento en que ellos toman conciencia de cuál es el objetivo de su actividad e inician el despliegue de sus acciones mentales que les permiten arribar al procedimiento de cálculo buscado y lo prueban en ejemplos concretos.



**Figura 6: Dinámica de la metodología para la obtención de los procedimientos de cálculo escrito mediante búsqueda independiente**



La obtención del procedimiento como un resultado se evaluará mediante *el control que acompaña a la clase, el control oral individual y el trabajo escrito breve*. En la primera forma se incluye la observación directa del paso de la búsqueda en sí y los resultados a los que van arribando los alumnos, en la segunda forma se incluye la comunicación oral de resultados y como trabajo escrito breve se evaluará la propia descripción escrita del procedimiento y también su realización en los primeros ejemplos que resuelven solos los alumnos aplicando la sucesión de pasos hallada.

La apropiación del método de trabajo no es un objetivo consciente de los alumnos, solo con la práctica frecuente del método llegan a asimilar lo esencial de las acciones que los condujeron a adquirir un procedimiento de cálculo, por tanto la evaluación en esa dirección se caracteriza por la observación de cómo proceden ante nuevas situaciones en las cuales apliquen una búsqueda independiente.

La evaluación de los éxitos y fracasos de los alumnos debe llevar al maestro a reflexionar acerca de la planeación, preparación y conducción del proceso, a fin de tomar decisiones sobre el proceder futuro inmediato. En tal sentido debe preguntarse:

- ¿Era apropiado el procedimiento de cálculo tratado para ser obtenido mediante búsqueda independiente?
- ¿Tenían los alumnos las condiciones previas necesarias para hacer la búsqueda independiente del procedimiento de cálculo?
- ¿Se les preparó para que emplearan adecuadamente el vocabulario matemático para describir la sucesión de pasos del procedimiento de cálculo?
- ¿Fue debidamente estructurada la tarea de aprendizaje?
- ¿Se logró despertar el interés en los alumnos por la tarea?
- ¿Fue adecuada la orientación para la búsqueda independiente?
- ¿Se logró que fueran capaces de hacer sus propias generalizaciones?
- ¿Fue suficiente y oportuna la ayuda para el despliegue de la actividad de cada alumno?
- ¿Se tuvo en cuenta el estímulo o reconocimiento oportuno y merecido?
- ¿Qué aspectos han sido los menos logrados?
- ¿Por qué no se lograron mejores resultados?

El análisis crítico se hará cuanto antes, luego de concluido el proceso de obtención y se tomará como punto de partida el comportamiento de los alumnos durante el proceso y los resultados que fueron evidentes durante el transcurso de este.

### **III.3 Estrategia metodológica propuesta para la implementación del modelo**

La aplicación del método de búsqueda independiente para la obtención de los procedimientos de cálculo es en definitiva una opción que tiene el maestro ante otras dos variantes: dar el procedimiento ya elaborado o elaborarlo conjuntamente con los alumnos mediante una conversación heurística. Si se decide aplicar el método de búsqueda independiente, entonces las pautas contenidas en el modelo didáctico propuesto guían la concreción práctica y para la dirección del referido proceso se debiera seguir una estrategia metodológica.

Por **estrategia** se ha asumido “cierto ordenamiento de las acciones en el curso de la resolución de un problema en el cual cada paso es necesario para el siguiente” (163: 34) y se ha considerado como **metodológica** por cuanto tiene como finalidad básica la organización, desarrollo y evaluación de las actividades del maestro y los alumnos en función del proceso de enseñanza aprendizaje.

A continuación se presenta la estrategia metodológica que propone el autor.

**Objetivo general:** Dirigir con efectividad el proceso de obtención de los procedimientos de cálculo escrito en el tercer grado de la enseñanza primaria aplicando el método de búsqueda independiente.

**Fase 1:** Planeación con vistas a la obtención de determinado procedimiento de cálculo mediante búsqueda independiente

**Objetivo:** Preparar las condiciones objetivas y subjetivas para dirigir el proceso de obtención de los procedimientos de cálculo escrito mediante el método de búsqueda independiente.

**Etapas 1:** Análisis de los contenidos referidos al procedimiento de cálculo que se debe obtener.

#### **Acciones:**

- Precisión del sistema de conocimientos, habilidades y hábitos que se deben lograr durante todo el tratamiento del procedimiento de cálculo que se va a obtener.

- Establecimiento de la sucesión de pasos del procedimiento de cálculo de que se trate (descripción del algoritmo). Reformularlo en términos del alumno.

Para realizar la acción 1 es imprescindible trabajar con el Programa, el libro de texto y las Orientaciones Metodológicas de la asignatura en el grado.

**Etapla 2:** Valoraciones sobre la pertinencia del método respecto al procedimiento de cálculo que se debe obtener.

**Acciones:**

- Identificación de las potencialidades del procedimiento para ser elaborado mediante búsqueda independiente: existencia de analogías con otros algoritmos del mismo tipo ya estudiados, posibilidades de reducción a un problema ya resuelto y facilidad de la posible descripción de los pasos.
- Consideraciones sobre la existencia de otras potencialidades del procedimiento para la concepción de las actividades de la búsqueda: si ya se resolvieron tareas con un enfoque o exigencias similares a las que se necesitan ahora, posible brevedad de las actividades, formas en que estas pudieran indicarse (orales o escritas), etc.
- Confirmación de que el procedimiento de cálculo es o no apropiado para ser obtenido mediante búsqueda independiente.

Las acciones siguientes proceden cuando se ha confirmado la pertinencia de la aplicación del método búsqueda independiente.

**Etapla 3:** Determinación del nivel de partida específico necesario.

**Acciones:**

- Identificación de los conocimientos previos necesarios:
  - Términos de la operación, posibilidades de realización, propiedades y relación con otras operaciones (si va a ser aplicada).
  - Conceptos y relaciones del sistema de numeración que se aplicarán: dígito, lugar, órdenes, valor posicional y propiedad fundamental del sistema de numeración.
- Identificación de las habilidades y los hábitos necesarios :
  - Leer y escribir los números naturales (según el intervalo propio del grado), ubicarlos en la tabla de posiciones (si se necesita).

- Representar los números como suma de múltiplos de potencias de 10 y determinar el valor posicional de los dígitos.
- Calcular los ejercicios básicos de la operación de que se trate.
- Descripción de procedimientos de cálculo del mismo tipo o análogos ya trabajados.
- Realización con seguridad del procedimiento de la operación directa cuando se trata de la inversa.

**Etapas 4:** Actualización del diagnóstico del nivel de partida real que tienen los alumnos.

**Acciones:**

- Comparación del nivel de partida ideal con los resultados del aprendizaje que tienen los alumnos.
- Aplicación de nuevos instrumentos de diagnóstico del aprendizaje (si fuera necesario).
- Reactivación explícita en una o más clases (si fuera necesario).

**Etapas 5:** Elaboración de los procedimientos y medios didácticos para la obtención del procedimiento de cálculo.

**Acciones:**

- Reflexión acerca de qué principios heurísticos proceden, qué forma de presentación va a tener la tarea de aprendizaje y qué posibles indicaciones se requieren para resolverla.
- Determinación de la tarea de aprendizaje y del sistema de indicaciones para que los alumnos lleguen a formular el procedimiento de cálculo.
- Preparación de posibles ayudas, es decir, impulsos y preguntas que faciliten el avance en la realización de las indicaciones para llegar al procedimiento buscado.
- “Probar” si las indicaciones elaboradas conducen o no a la obtención del algoritmo. (Significa esto que el maestro se pone, lo más desprejuiciadamente posible, en el lugar de un alumno y trata de trabajar con el sistema elaborado para verificar si llega o no a obtener el procedimiento de cálculo)
- Reflexión sobre cómo controlar individual y colectivamente los resultados y posibilitar la socialización, la valoración y la autovaloración.

- Integrar en el plan de clase las acciones sobre la base de los objetivos, los principios y la metodología que son componentes del modelo didáctico del proceso de obtención de los procedimientos de cálculo escrito.

**Fase 2:** Desarrollo del proceso de obtención del procedimiento de cálculo escrito mediante el método de búsqueda independiente

**Objetivo:** Desarrollar en la práctica el plan elaborado para el proceso de obtención del procedimiento de cálculo escrito mediante búsqueda independiente.

- .A esta fase corresponde el despliegue de las acciones del maestro y de los alumnos para el proceso de enseñanza aprendizaje que fueron concebidas y preparadas en la etapa 5 de la fase anterior.

**Fase 3:** Análisis retrospectivo y perspectivo general por el maestro

**Objetivo:** Valorar críticamente la efectividad de la concepción y dirección del proceso de obtención de los procedimientos de cálculo escrito aplicando el método de búsqueda independiente.

**Etapas 1:** Valoración del cumplimiento del objetivo.

**Acciones:**

- Comparación entre el resultado esperado y lo alcanzado.
- Revaloración de la pertinencia decidida en la etapa 2 de la fase 1 sobre la base de los resultados y del desempeño de los alumnos durante el transcurso del proceso.
- Decisión de continuar avanzando o hacer cambios en la concepción didáctica predeterminada respecto a la aplicación del método para la ampliación del procedimiento obtenido o la elaboración de uno nuevo.

### **III.4 Validación del modelo didáctico para la obtención de los procedimientos de cálculo escrito mediante el método de búsqueda independiente**

#### **III.4.1 Valoración del modelo según el criterio de especialistas consultados**

Fueron seleccionados intencionalmente 35 especialistas bajo la condición de que reunieran los siguientes requisitos:

- Tener conocimiento teórico profundo o experiencia práctica sobre el tratamiento del cálculo en la enseñanza primaria en Cuba en las dos últimas décadas transcurridas.

- Ser doctores o másteres en Ciencias de la Educación. De ser profesor en la formación de maestros tener como mínimo la categoría docente de Profesor Auxiliar.
- Haber participado en eventos científicos en los cuales se hayan presentado trabajos relacionados con la calidad del proceso de enseñanza aprendizaje de la Matemática en la enseñanza primaria.

Los 35 especialistas estuvieron distribuidos de la siguiente manera: 14 maestros primarios, diez directivos de escuelas primarias, cuatro metodólogos de la asignatura de Matemática en la Educación Primaria y siete profesores de la Universidad de Ciencias Pedagógicas.

Mediante entrevista individual manifestaron su disposición para colaborar en la evaluación del modelo. Les fueron entregados el cuestionario (**anexo 8**), el modelo didáctico elaborado y la estrategia para la implementación práctica del modelo.

Una vez cuantificadas las respuestas del cuestionario se comprobó que:

- La pertinencia del modelo fue evaluada como muy apropiada por el 91,4% de los especialistas, en tanto el resto la evaluó de apropiada.
- El 100% evaluó de muy apropiados los fundamentos teóricos que sustentan el modelo.
- Los principios que rigen el modelo didáctico propuesto fueron evaluados de muy apropiados por el 94,3% de los especialistas, los demás le otorgaron la evaluación de apropiados.
- La perspectiva dada a la actividad del maestro fue evaluada de muy apropiada por el 91,4% de los especialistas y como apropiada por el 5,7% de ellos.
- La perspectiva dada a la actividad de los alumnos fue evaluada por el 85,7% de los especialistas como muy apropiada y los restantes la evaluaron como apropiada.
- El 91,4% de los especialistas evaluó de muy apropiada la metodología contenida en el modelo didáctico propuesto y 8,6% restante la evaluó de apropiada.
- A las precisiones metodológicas sobre la evaluación como componente del modelo didáctico los especialistas consultados le otorgaron las evaluaciones de muy apropiadas y apropiadas en el 85,7% y el 17,1% respectivamente.

- La factibilidad del modelo didáctico para la obtención de los procedimientos de cálculo mediante el método de búsqueda independiente propuesto fue evaluada de muy apropiada por 85,7% de los especialistas y de apropiada por el 14,3% de ellos.
- El 91,4% de los especialistas consultados consideró que son muy apropiados los posibles efectos de la aplicación del modelo, en tanto los demás evaluaron este aspecto como apropiado.

En sentido general se obtuvo un elevado predominio de la evaluación de muy apropiado, mientras que las evaluaciones de inapropiado y poco apropiado no fueron dadas en ninguno de los aspectos evaluados, lo cual permite concluir alta aceptación del modelo didáctico por los especialistas consultados.

### **III.4.2 Validación en la práctica mediante un cuasi-experimento**

#### **III.4.2.1 Concepción general del cuasi-experimento**

El modelo didáctico para la obtención de los procedimientos de cálculo mediante el método de búsqueda independiente fue validado en cinco grupos de tercer grado pertenecientes a los contextos rural y urbano

Los cinco grupos de experimento (GE) fueron uno rural en una escuela graduada, uno rural en una escuela multigrada, dos en sendas escuelas urbanas externas y uno en una escuela urbana seminternas. Con esas mismas características en cuanto a tipo de escuelas se tomó igual cantidad de grupos de control (GC). Se garantizó que en una misma escuela no existieran grupos de experimento y de control.

La selección de ocho de las escuelas a las cuales pertenecieron igual cantidad de grupos de tercer grado fue aleatoria y la selección de las dos escuelas multigradas fue intencional bajo la condición de que ambas tuvieran la misma matrícula en el tercer grado. En el caso de las escuelas urbanas, al tener cada una de ellas dos o más grupos de tercer grado, se necesitó seleccionar en cada escuela un grupo, y en este caso la selección también fue intencional de acuerdo a la experiencia docente de las maestras.

Todos los maestros de los grupos de experimento y de control eran licenciados y ya habían trabajado al menos durante un curso escolar la asignatura de Matemática en

tercer grado. En este aspecto la experiencia promedio fue de cinco cursos escolares para los primeros y de siete para los segundos.

Una vez aceptado por los maestros su inclusión en el cuasi-experimento, el paso siguiente fue la aplicación de una prueba de entrada (**anexo 9**) para medir el estado del aprendizaje de los alumnos como factor necesario para decidir cuáles serían grupos de experimento y cuáles grupos de control. Para esta decisión se tuvo en cuenta también que en una misma escuela no coincidieran ambos tipos de grupos.

De cada grupo se halló la calificación media y la desviación estándar de estas. Del análisis de estos estadígrafos resultó que las medias de los grupos rurales multigrados se diferenciaron tan solo en 0,28 unidades y las desviaciones estándar tuvieron una ínfima diferencia de 0,001 unidades; las medias de los grupos rurales multigrados fueron iguales (2,79) y las desviaciones estándar se diferenciaron en 0,121 unidades, y la media máxima y mínima de los grupos urbanos fueron 2,94 y 2,77 respectivamente, existiendo tan solo una diferencia entre ellas de 0,17 unidades y las desviaciones estándar máxima y mínima fueron 1,484 y 1, 258 diferenciándose ambas en 0,226 unidades.

Tomando como criterio de comparación esos elementos se verificó la homogeneidad entre los grupos, por lo que cualesquiera de ellos siendo semejantes en cuanto a sector (rural o urbano) podían tomarse como de experimento o como de control.

Una vez definidos los grupos de experimento se capacitó a sus maestros para la aplicación del modelo didáctico del proceso de obtención de los procedimientos de cálculo mediante el método de búsqueda independiente. El plan temático desarrollado aparece en el **anexo 10**.

Como parte de la capacitación se hizo entrega impresa de las Recomendaciones Metodológicas elaboradas por el autor para instrumentar didácticamente la metodología contenida en el modelo didáctico elaborado, concretándolas para la sustracción y la multiplicación, documento que puede verse en el **anexo 11**.

La validación del modelo para la obtención de los procedimientos de cálculo escrito de la sustracción y la multiplicación se hizo después de que en todos los grupos implicados se había trabajado el procedimiento de cálculo escrito de la adición con el



método tradicional, sin influencias del investigador en ninguno de los maestros participantes en el cuasi-experimento.

En el transcurso de la validación hubo intercambio frecuente entre el investigador y los maestros de los grupos de experimento sobre la puesta en práctica del modelo, además de la observación de clases para poder valorar si los maestros de los grupos de experimento manifestaban en la práctica dominio de la metodología propuesta como componente del modelo del proceso de obtención de los procedimientos de cálculo, y evaluar determinados indicadores de ese proceso, los cuales se especifican en la guía descrita en el **anexo 12**.

Los grupos de control fueron objeto de observación para constatar que no se estuviera aplicando en ellos las recomendaciones metodológicas dadas para los grupos de experimento ni tampoco por alguna otra variante el modelo didáctico elaborado para la obtención de los procedimientos de cálculo. Una vez finalizados los sistemas de clases sobre los procedimientos de cálculo escrito de la sustracción y la multiplicación se aplicó la prueba de salida del cuasi-experimento, expuesta en el **anexo 13**.

#### **III.4.2.2 Resultados de la validación en el sector rural**

Los grupos de experimento del sector rural estuvieron en las escuelas Francisco de Arango y Parreño y Arturo Labrador, los grupos de control estuvieron en las escuelas República de Argentina y Magdalena Peña Redonda, en ambos casos la primera rural graduada y la segunda rural multigrada en zonas de similar proximidad a la ciudad de Pinar del Río. Los grupos de experimento tuvieron matrícula conjunta de 26 alumnos (19 y 7) y los de control de 23 alumnos (16 y 7).

Se observaron cinco clases, dos de ellas en el grupo de multigrado, la de obtención del procedimiento de la sustracción y una de ampliación del procedimiento de la multiplicación. En el otro grupo de experimento se observaron las dos clases en las que se obtuvieron los procedimientos de la sustracción y la multiplicación y una de ampliación del procedimiento de la sustracción.

En todas las clases observadas se comprobó que ambos maestros dominaban la metodología para conducir el proceso de obtención de los procedimientos de cálculo escrito mediante búsqueda independiente. No hubo indicadores evaluados con valores negativos y la moda de las frecuencias registradas fue el valor **2**.

Los indicadores de la *actividad mediadora del maestro* más logrados durante el proceso de obtención de los procedimientos de cálculo escrito mediante el método de búsqueda independiente fueron la *creación de las condiciones para la obtención de la sucesión de los pasos de cálculo o su ampliación* (M1.1) y la *orientación para el trabajo de obtención de la sucesión de los pasos de cálculo* (M1.2). Ante este caso (obtener el procedimiento) en el 100% de las observaciones estos dos indicadores fueron evaluados con el máximo valor positivo: **3**.

Aunque la adecuada motivación y orientación iniciales se lograron mejor cuando se trató de obtener el nuevo procedimiento que para la ampliación de la sucesión de pasos ya elaborada, en sentido general el maestro condujo acertadamente ambas situaciones y fue preciso y equilibrado al explicar cómo proceder con la hoja de trabajo, lo cual permitió que los alumnos trabajaran de forma independiente.

También se constató como un logro de los maestros el *adecuado manejo del contenido y del vocabulario técnico inherente a la sucesión de los pasos de cálculo* (M1.4), indicador importante tanto desde el punto de vista del dominio del contenido y la corrección al enseñarlo como de la influencia que se ejerce en el enriquecimiento del lenguaje de los alumnos, en tanto crea condiciones inmediatas para que expresen la sucesión de los pasos de cálculo con la terminología apropiada y les sienta bases para el tratamiento de contenidos futuros propios de la asignatura.

El indicador *dirección de los procedimientos del método aplicado para la obtención o ampliación de la sucesión de los pasos de cálculo* (M1.3), aun cuando siempre se evaluó con valores positivos, estuvo afectado por el hecho de que en el 60% de las observaciones el maestro “apuró” el proceso en función de cumplir el tiempo normado para la clase y eso afectó la participación de los alumnos para leer a viva voz las sucesiones de pasos elaboradas y valorarlos colectivamente.

En las primeras clases observadas se apreciaron dificultades del maestro en cuanto a dar la ayuda en el momento oportuno y con los niveles adecuados: hubo tendencia al planteamiento de la ayuda para todo el grupo cuando no procedía para todos los casos y en ocasiones se apreció superposición entre los niveles de exigencia, es decir, no se daba suficiente tiempo para el efecto de una ayuda cuando ya se daba la siguiente, cuestiones que no fueron constatadas en las clases posteriores.

Los indicadores (A2.1), (A2.2), (A2.3) y (A2.4) de la dimensión *efecto en la actividad de los alumnos* fueron evaluados en todas las observaciones con los valores positivos **2** o **3**, ambos con igual frecuencia. En ese resultado influyó el hecho de que los alumnos tenían reactivado suficientemente el nivel de partida necesario, aspecto que está incluido en el indicador *creación de las condiciones para la obtención de la sucesión de los pasos de cálculo o su ampliación* (M1.1), evaluado este en el 80% de las observaciones con el valor máximo: **3**.

No obstante, se apreciaron afectaciones en el indicador (A2.2) –*despliegue de acciones ejecutoras para obtener o ampliar la sucesión de pasos de cálculo*– pues aunque casi todos los alumnos se mantuvieron concentrados en su actividad, algunos la dejaban momentáneamente y luego se reinsertaban en ella, además de que algunos necesitados de ayuda no la demandaron. No obstante la mayor parte de los alumnos logró cumplir las acciones previstas.

Ese mismo indicador (A2.2) tuvo mejor comportamiento durante la obtención del procedimiento de la multiplicación y su posterior ampliación, ya que el trabajo de los alumnos tanto en la obtención como en la ampliación del procedimiento de la sustracción fue más fluido y la mayoría de ellos obtuvo el resultado esperado, lo cual demostró la utilidad de transferir a la nueva situación conocimientos ya adquiridos y modos de actuación ejercitados.

Las conclusiones planteadas por los alumnos, independientemente del grado de corrección verbal, fueron reflejo de las generalizaciones correctas hechas sobre la base del trabajo con los objetos analizados para arribar al procedimiento, lo cual permitió que el indicador *descripción (en forma oral o escrita) de la sucesión de los pasos de cálculo formulada por sí mismos* (A2.3) fuera evaluado en todas las observaciones con los valores positivos **2** y **3**.

Aun cuando ese resultado es satisfactorio, se reconoce que el empleo del vocabulario matemático por los alumnos careció de precisión en el manejo de los términos de las operaciones, sobre todo cuando se trató de utilizarlos para generalizar las acciones con ellos. Esta carencia se explica por el hecho de que hasta este momento de la enseñanza del cálculo se les ha exigido expresar cómo calculan un determinado ejercicio y no la sucesión de pasos para toda la clase de ejercicios correspondiente.

En general se considera que el éxito del trabajo de búsqueda independiente por los alumnos se logró, pues a pesar de que ellos no habían tenido experiencia con el método aplicado la mayoría de los alumnos llegaron bastante bien a los pasos del procedimiento y fueron capaces de escribir por sí mismos la sucesión de pasos buscada o la explicación de cómo proceder cuando hay sobrepaso.

En los grupos de control se observaron dos clases, se verificó que se estaban trabajando los procedimientos de cálculo escrito con uno de los métodos tradicionales, el expositivo, y no se hizo registro de los indicadores medidos en los grupos de experimento porque en ellas no se concibió el proceso de obtención de las sucesiones de pasos para calcular, sino que fueron dados.

Mediante la prueba pedagógica de salida se evaluaron los indicadores *descripción de la sucesión de los pasos de cálculo en forma escrita* (A2.3) y *ejecución de la sucesión de los pasos de cálculo* (A2.5), aplicando la escala ordinal de **5** a **0**, es decir, se asignaron valores que van desde tener un resultado excelente (**5**) hasta no hacer nada (**0**).

Las pruebas pedagógicas se aplicaron inmediatamente después de concluido el sistema de clases correspondiente a cada procedimiento. Se midieron ambos indicadores respecto a los procedimientos escritos de la sustracción y la multiplicación.

La sustracción fue evaluada a 25 alumnos de los grupos de experimento y 23 de los grupos de control, en tanto la multiplicación se le evaluó a 23 y 22 respectivamente. Al agrupar las frecuencias de los valores positivos (**0**, **1**, **2**) y negativos (**3**, **4**, **5**) se obtienen las frecuencias de aprobados y desaprobados respectivamente por indicadores, primero para cada una de esas dos operaciones de cálculo y después agrupando todas las frecuencias para obtener datos generales por indicadores. De ese agrupamiento resultó la **tabla 5**.

Las frecuencias porcentuales respecto a la *descripción en forma escrita de la sucesión de los pasos de cálculo* reflejan altos resultados positivos en los grupos de experimento en contraste con resultados muy bajos en los de control.

Respecto a la *ejecución de la sucesión de los pasos de cálculo* las diferencias en unidades porcentuales no son altas, pero son favorables a los grupos de experimento.

**Tabla 5: Aprobados y desaprobados por indicadores en los grupos de experimento y control del sector rural. Los datos son frecuencias porcentuales.**

	Indicadores	Grupos de experimento		Grupos de control	
		Aprobados	Desaprobados	Aprobados	Desaprobados
Sustracción	(A2.3)	60,0	40,0	21,7	78,3
	(A2.5)	84,0	16,0	78,3	21,7
Multiplicación	(A2.3)	56,5	43,5	22,8	77,2
	(A2.5)	87,0	13,0	81,8	18,2
General	(A2.3)	58,3	41,7	22,2	77,8
	(A2.5)	85,4	14,6	80,0	20,0

Las distribuciones de ambas muestras para ambos indicadores se compararon a partir de las distribuciones de frecuencias acumulativas por clases según los valores con que fueron evaluados los indicadores, para lo cual se aplicó la d cima de Kolmogorov-Smírnov para dos muestras grandes independientes no paramétrica (54: 154).

Para esta d cima se consideraron las hipótesis:

$H_0$ : Las distribuciones de la calidad de la descripción de los procedimientos de la sustracción y la multiplicación en los grupos de experimento y de control son iguales.

$H_1$ : Ambos grupos tienen diferentes distribuciones del grado de calidad de la descripción de esos procedimientos.

Luego de calculado el estadígrafo  $D$  y hallada la región crítica  $D > D_{1-\alpha}(n)$  para un nivel de significación de 0,05, se decidió rechazar  $H_0$  y aceptar que tienen diferente grado de calidad. De los alumnos de los grupos de control la mayor diferencia de frecuencias acumulativas relativas estuvo entre las clases correspondientes a los valores **1** y **2**, mientras que en los de los grupos de experimento estuvo entre las clases para **2** y **3**.

Para docimar el grado de calidad del indicador *ejecución de la sucesión de los pasos de cálculo* se formularon similares hipótesis  $H_0$  y  $H_1$ . Hallado el estadígrafo  $D$  y considerando un nivel de significación de 0,05 no se rechazó  $H_0$ , sin embargo para un nivel de significación de 0,10 sí se rechazó  $H_0$  y se concluyó que también tienen diferente grado de calidad en el referido indicador. La no igualdad en el grado de calidad de la ejecución del cálculo se apreció también al observar que la mayor

diferencia de las frecuencias acumulativas relativas en los grupos de experimento estuvo entre las clases correspondientes a los valores máximos **4** y **5** de la escala aplicada, mientras que en los grupos de control estuvo entre las clases **3** y **2**. Los datos del procesamiento para hacer estas inferencias aparecen en el **anexo 14**.

El análisis de las frecuencias porcentuales obtenidas respecto a los indicadores *descripción y ejecución de los pasos de cálculo* así como el resultado de ambas pruebas estadísticas permiten afirmar que la aplicación práctica del modelo para la obtención de los procedimientos de cálculo escrito mediante el método de búsqueda independiente influyó positivamente en la calidad de esos dos indicadores en los alumnos de los grupos de experimento del sector rural.

Esta última afirmación se sustenta también cuando se comparan las frecuencias porcentuales de la ocurrencia de errores en ambos indicadores (**tabla 6**). Excepto en el dominio de los ejercicios básicos de cálculo, donde la diferencia de las frecuencias de errores fue ligeramente superior en el grupo de experimento, en todos los demás casos las diferencias son negativas, lo cual refleja mayor ocurrencia de errores en el grupo de control, fundamentalmente relacionados con aspectos procedimentales y no de cálculo en el sentido más estrecho posible.

**Tabla 6: Frecuencias porcentuales (fp) de errores por indicadores, rural.**

		Experimento	Control	
Errores		fp	fp	Diferencia
(A2.3)	Del carácter generalizado	16,7	73,3	-56,6
	De la completitud	35,4	86,7	-51,3
	De la completitud	50,0	93,3	-43,3
(A2.5)	No domina algún ejercicio básico	20,8	20,0	+0,8
	No tiene en cuenta el sobrepaso	10,4	22,2	-11,8
	No tiene en cuenta si es o no realizable	0,0	13,0	-13,0
	Coloca mal los términos	0,0	11,1	-11,1
	No calcula en el orden correcto	0,0	4,4	-4,4

Los principales errores radicaron en la descripción de cómo proceder cuando hay sobrepaso, tanto en la completitud de los pasos como en el empleo del vocabulario correcto y fueron más frecuentes al describir la sustracción. Estos errores también

aparecen con frecuencias relativamente altas en los grupos de experimento, pero son muy altas las frecuencias con que se dan en los grupos de control, lo cual se constata al analizar los datos sobre los errores del indicador (A2.3) en la tabla 6.

### **III.4.2.3 Resultados de la validación en el sector urbano**

Los grupos de experimento estuvieron en las escuelas Manuel Ascunce Domenech, Rafael María de Mendive y Abel Santamaría Cuadrado, con un total de 73 alumnos. Los dos primeros centros son externos y el tercero es seminternado.

Los grupos de control estuvieron en las escuelas Roberto Amarán Mamposo, Sergio y Luis Saíz, ambos centros externos, e Isidro de Armas que es un centro seminternado. En los tres grupos quedaron incluidos 68 alumnos.

En todos los casos fueron centros urbanos ubicados en la ciudad de Pinar del Río.

La preparación de los maestros para aplicar el modelo didáctico del proceso de obtención de los procedimientos de cálculo escrito mediante el método de búsqueda independiente incluyó reflexiones sobre la base de los registros hechos durante la implementación del modelo en escuelas del sector rural a partir de las observaciones de clases y el intercambio informal con las maestras de esos grupos de experimento.

Fueron observadas seis clases, tres para la obtención de los procedimientos (dos para la sustracción y una para la multiplicación) y tres para la ampliación (dos del procedimiento de la sustracción y una del de la multiplicación).

En la totalidad de las clases observadas se *crearon las condiciones necesarias* para el transcurso efectivo del proceso de obtención de los procedimientos de cálculo o de su ampliación y las maestras demostraron *adecuado manejo del contenido y del vocabulario técnico inherente a la sucesión de los pasos de cálculo* y adecuada exigencia del empleo del vocabulario matemático por los alumnos. Los indicadores (M1.1) y (M1.4) que incluyen esos aspectos respectivamente fueron evaluados el 100% de las veces con el máximo valor positivo, **3**. Ese mismo valor correspondió también en el 80,3% de las veces al indicador (M1.5), o sea, al *control y atención diferenciada a los alumnos* durante el proceso de obtención del procedimiento o de su ampliación, y el 66,7% de las veces a los indicadores *orientación para el trabajo de obtención o ampliación de la sucesión de los pasos de cálculo* (M1.2) y *dirección de los procedimientos del método aplicado para dicha obtención o ampliación* (M1.3).

En el indicador (M1.2) las afectaciones estuvieron en las clases cuyo objetivo fue ampliar el procedimiento de la sustracción ya elaborado en otra clase; así mismo había ocurrido para esa situación en los grupos del sector rural, lo cual evidencia que la causa común radica en la falta de experiencia en esa acción.

En el indicador (M1.3) la principal dificultad estuvo en la conducción de la valoración de los resultados de la actividad independiente: se dio la posibilidad de que muchos alumnos leyeran los procedimientos elaborados por ellos sin dejar espacio para valorar críticamente lo que habían escrito antes de que observaran el procedimiento modelo e hicieran los arreglos necesarios.

En cuanto al efecto en la actividad de los alumnos se observó que los indicadores *despliegue de acciones ejecutoras para obtener o ampliar la sucesión de los pasos de cálculo (A2.2)* y *clima afectivo y de comunicación entre iguales durante el trabajo de obtención o ampliación de la sucesión de los pasos de cálculo (A2.4)* fueron bien logrados, ambos con calificación máxima de 3 en el 80,3% de las veces.

Bien lograda estuvo también la *actitud ante la demanda y la tarea de aprendizaje sobre el nuevo procedimiento de cálculo (A2.1)* en el 66,7% de las veces, asignándosele la categoría **3** en esos casos.

El indicador *descripción (en forma oral o escrita) de la sucesión de los pasos de cálculo formulada por sí mismos (A2.4)* tuvo un comportamiento aceptable ya que en cada clase observada lo logrado permitió evaluar este indicador con calificaciones de **2** o **3** y ningún caso con valores negativos no; no obstante hubo alumnos que a pesar de expresar el procedimiento completo tuvieron imprecisiones en el uso del vocabulario técnico y algunos que demostraron correcta generalización dejaron incompleta alguna parte del procedimiento.

No hubo indicadores evaluados con valores negativos. En sentido general se comprobó en las maestras dominio del método de búsqueda independiente para dirigir el proceso de obtención de los procedimientos de cálculo escrito.

Mediante la prueba pedagógica de salida fue evaluada la sustracción a 70 alumnos de los grupos de experimento y a 65 de los grupos de control; la multiplicación fue evaluada a 71 alumnos de los grupos de experimento y a 66 de los grupos de control. Seguidamente se presenta un análisis de los resultados más significativos.



A partir del agrupamiento de los valores positivos (0, 1, 2) y negativos (3, 4, 5) y asociándoles las categorías de aprobados y desaprobados respectivamente, primero por indicadores para cada una de esas dos operaciones de cálculo y después para obtener datos generales se construyó la **tabla 7**.

En el indicador *descripción (en forma oral o escrita) de la sucesión de los pasos de cálculo formulada por sí mismos* se constataron resultados positivos altos en los grupos de experimento y muy bajos en los de control.

**Tabla 7: Aprobados y desaprobados por indicadores en los grupos de experimento y control, sector urbano. Los datos son frecuencias porcentuales.**

	Indicadores	Grupos de experimento		Grupos de control	
		Aprobados	Desaprobados	Aprobados	Desaprobados
Sustracción	(A2.3)	75,7	24,3	16,9	83,1
	(A2.5)	85,7	14,3	81,5	18,5
Multiplicación	(A2.3)	77,5	22,5	18,2	81,8
	(A2.5)	93,0	7,0	87,9	12,1
General	(A2.3)	73,8	26,2	17,6	82,4
	(A2.5)	89,4	10,1	84,0	16,0

Las diferencias en unidades porcentuales respecto a la *ejecución del procedimiento* de cálculo no son altas, pero sí son favorables a los grupos de experimento.

Se compararon las distribuciones de frecuencias acumulativas por clases aplicando nuevamente la dócima de Kolmogorov-Smírnov para dos muestras grandes independientes no paramétrica y se consideraron similares hipótesis  $H_0$  y  $H_1$  a las ya planteadas en el epígrafe III.4.2.2, para docimar el grado de calidad de la descripción de los procedimientos de cálculo de la sustracción y la multiplicación así como la calidad de su ejecución en los grupos de experimento y de control urbanos. Los parámetros necesarios también aparecen en el anexo 14.

Las inferencias se hicieron luego de calculado el estadígrafo  $D$  y hallada la región crítica  $D > D_{1-\alpha}(n)$  para un nivel de significación de 0,05 respecto a las frecuencias acumulativas relativas de ambos grupos respecto a ambos indicadores. Luego de las comparaciones efectuadas se decidió rechazar  $H_0$  en los dos casos.

Al analizar las diferencias de las frecuencias acumulativas relativas entre las clases sucesivas en cada tipo de grupos, se constató que en la calidad de la descripción de los procedimientos en los grupos de experimento la mayor diferencia estuvo entre las clases correspondientes a los valores **4** y **3**, mientras que en los grupos de control estuvo entre las clases **2** y **1**. En el caso de la calidad del indicador *ejecución del cálculo* la mayor diferencia entre las frecuencias acumulativas relativas estuvo para ambos tipos de grupos entre las clases de los valores máximos **4** y **5**, pero la diferencia acumulativa relativa entre esas clases fue superior en los grupos de experimento.

Tanto los análisis de la distribución de frecuencias porcentuales obtenidas como las pruebas estadísticas aplicadas reflejan aspectos logrados en los grupos de experimento respecto a los indicadores *descripción del procedimiento y realización del procedimiento*, lo cual también quedó confirmado al hacer el análisis de la ocurrencia de errores en ambos indicadores, cuya distribución de frecuencias está en la **tabla 8**.

En todas las frecuencias correspondientes al mismo error las diferencias son negativas porque su mayor ocurrencia se dio en los grupos de control, fundamentalmente relacionados con los pasos de los procedimientos de cálculo. Los principales errores radicaron en el completamiento de los pasos y en el empleo del vocabulario correcto cuando se debe tener en cuenta el sobrepaso, dificultades que en los grupos de control ocurren por lo menos dos veces más que en los grupos de experimento.

**Tabla 8: Frecuencias porcentuales (fp) de errores por indicadores, urbano.**

		Experimento	Control	
Errores		fp	fp	Diferencia
(A2.3)	Del carácter generalizado	2,1	46,6	-44,5
	De la completitud	32,6	93,1	-60,5
	Del vocabulario correcto	36,9	86,6	-49,7
(A2.5)	No domina algún ejercicio básico	8,5	9,2	-0,7
	No tiene en cuenta el sobrepaso	4,3	12,2	-7,9
	No tiene en cuenta si es o no realizable	0,0	3,8	-3,8
	Coloca mal los términos	0,0	1,5	-1,5
	No calcula en el orden correcto	0,0	2,3	-2,3

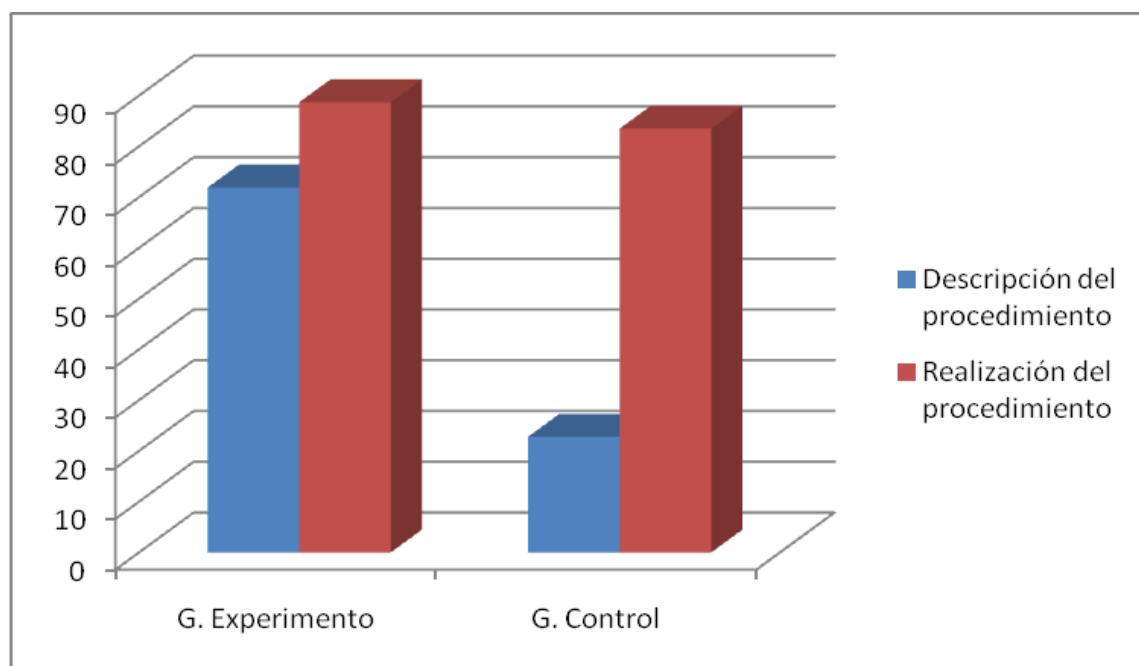
### III.4.2.4- De los resultados generales en la prueba pedagógica de salida

Al integrar los resultados de la prueba pedagógica de salida aplicada en las dos etapas se obtuvieron las frecuencias porcentuales que aparecen en la **tabla 9** respecto a los indicadores *descripción del procedimiento* y *realización del procedimiento*.

**Tabla 9: Frecuencias porcentuales de valores correspondientes a ambos procedimientos en ambas aplicaciones juntas.**

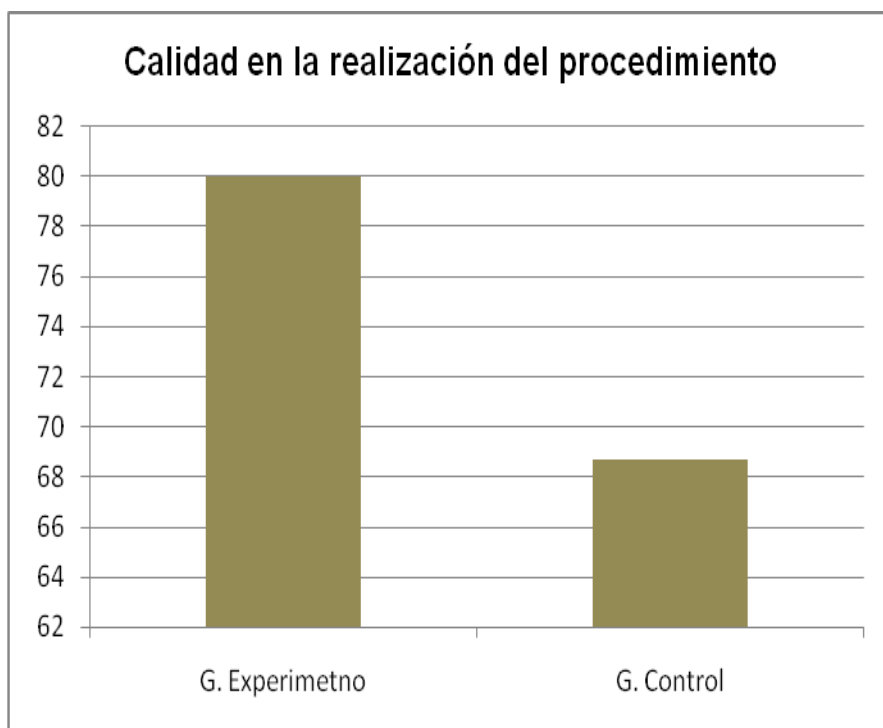
Indicadores	Grupo de Experimento						Grupo de Control					
	0	1	2	3	4	5	0	1	2	3	4	5
(A2.3)	2,1	8,5	17,5	28,6	36,5	6,9	9,6	23,3	48,3	14,8	4,0	0,0
(A2.5)	0,0	3,2	8,5	7,9	17,8	63,0	0,0	4,5	11,9	14,8	26,7	42,0

De acuerdo a las frecuencias correspondientes a los valores positivos equivalentes a la categoría de aprobados (**3, 4, 5**) resultó el estado que se muestra en el gráfico 1.



**Gráfico 1: Aprobados en dos de los indicadores de la obtención de los procedimientos de cálculo.**

La diferencia general de aprobados en los grupos de experimento y de control en el indicador *ejecución del el cálculo* es de 5,3 unidades porcentuales, pero difieren aún más las frecuencias de los alumnos con esa categoría a los cuales se les asocia un criterio de calidad, en este caso cuando la evaluación asignada correspondió a las categorías **4** o **5**. Esto puede apreciarse en el gráfico 2.



**Gráfico 2: Diferencia entre los grupos de experimento y de control respecto a la calidad en la ejecución de la sucesión de pasos de cálculo.**

En la práctica, la calidad de la ejecución de la sucesión de los pasos de cálculo se ha asumido bajo la condición de un mínimo de errores al calcular: ninguno o no más de uno sin repetición.

Además de los datos anteriores sobre el efecto del proceso de obtención de los procedimientos de cálculo escrito en cuanto a la *ejecución de la sucesión de los pasos de cálculo*, al aplicar la dócima de Kolmogorov-Smírnov para un nivel de significación de 0,05 se rechazó la hipótesis de que los alumnos de los grupos de experimento realizaban el cálculo con la misma calidad que los de los grupos de control, decisión justificada al ser el estadígrafo  $D=0,2038$  y  $D_{1-\alpha}(n)= 0,14246$  y cumplirse  $D > D_{1-\alpha}(n)$ .

También se puede percibir en la tabla 9 que los alumnos de los grupos de experimento de ambos sectores describen mejor los procedimientos de cálculo escrito de la sustracción y la multiplicación que los de los grupos de control; en tal sentido no se consideró necesario aplicar prueba de hipótesis porque en las validaciones parciales se verificaron diferencias muy altas entre las frecuencias acumulativas relativas de ambas clases de grupos (experimento y control), lo cual condujo a rechazar ampliamente la hipótesis de que no había diferencias entre ellos.

### **Conclusiones del capítulo**

- El modelo didáctico del proceso de obtención de los procedimientos de cálculo escrito mediante el método de búsqueda independiente proyecta la concreción de algunas de las transformaciones a que se aspira en el papel del maestro y de los alumnos en el proceso docente educativo y la contribución al logro de los objetivos y del fin de la Educación Primaria.
- En el modelo didáctico propuesto la actividad del maestro está concebida en función del desarrollo de los alumnos, para lo cual sus acciones principales tienen como esencia la orientación que propicie el despliegue de la actividad independiente de los alumnos en la búsqueda de los procedimientos de cálculo y la complementación de su papel mediador al dar la ayuda oportuna y fomentar la comunicación y estado afectivo-emocional positivo en el grupo escolar.
- El modelo didáctico del proceso de obtención de los procedimientos de cálculo mediante el método de búsqueda independiente es válido de acuerdo a las consideraciones hechas por un grupo de especialistas. Su aplicación en la práctica, tanto por maestros del sector rural como del sector urbano, demostró efectividad en correspondencia con los objetivos previstos en él y los principios que lo sustentan.
- Existe coherencia entre el modelo didáctico propuesto, los postulados teóricos de las Ciencias de la Educación que han servido de base para su elaboración y los resultados obtenidos por medio de la validación práctica.

## CONCLUSIONES

- 1- La obtención de los procedimientos de cálculo escrito mediante el método de búsqueda independiente tiene su base teórico-metodológica en los enfoques didácticos que enfatizan la función mediadora del maestro y el papel activo de los alumnos en la búsqueda del conocimiento aritmético declarados o asumidos por destacados pedagogos cubanos desde mediados del pasado siglo XX, en la metodología de la enseñanza del cálculo proveniente de la extinta RDA, en los postulados de la escuela histórico-cultural y en las concepciones pedagógicas dialéctico-materialistas acerca del papel de la actividad.
- 2- El proceso de obtención de los procedimientos de cálculo escrito en el tercer grado del municipio de Pinar del Río se caracteriza por el empleo generalizado de las formas tradicionales de la enseñanza y la actividad receptivo-reproductiva de los alumnos. Los métodos empleados para el transcurso de ese proceso no fomentan la habilidad de describir los procedimientos de cálculo. No consta en la práctica que en el proceso de obtención de las sucesiones de pasos para calcular se aplique el método de búsqueda independiente.
- 3- El modelo didáctico para la obtención de los procedimientos de cálculo escrito mediante el método de búsqueda independiente revela las relaciones sistémicas entre los componentes personales y no personales implicados en él, sustentadas en la necesidad psicopedagógica de centrar la atención en el proceso de aprendizaje y en importantes principios que destacan el papel del alumno como sujeto de su propio aprendizaje, la unidad de lo afectivo y lo cognitivo y la atención a las diferencias individuales en correspondencia con las particularidades del desarrollo de los escolares de tercer grado.
- 4- La puesta en práctica del modelo didáctico para la obtención de los procedimientos de cálculo escrito mediante el método de búsqueda independiente contribuyó a la concepción y realización de un proceso de enseñanza aprendizaje con enfoque desarrollador y a mejores resultados en la apropiación de las habilidades de calcular y describir cómo lo hacen, referidas a los procedimientos de cálculo obtenidos bajo su aplicación.

## RECOMENDACIONES

1. Continuar perfeccionando el modelo didáctico a partir de las consideraciones teóricas de maestros y especialistas y de las que se deriven de su introducción en la práctica.
2. Poner en práctica el modelo para la obtención de los procedimientos de cálculo escrito en nuevos grupos escolares de tercer grado y por otros maestros.
3. Desarrollar actividades de preparación metodológica con los maestros que aplicarán el modelo propuesto para la obtención de los procedimientos de cálculo escrito, como paso previo a su introducción en otros grupos. Habrá de incluirse:
  - La búsqueda independiente como un método para la obtención de los procedimientos de cálculo escrito: sus aspectos externos e internos.
  - El modelo para la obtención de los procedimientos de cálculo escrito mediante el método de búsqueda independiente: componentes y relaciones fundamentales que lo conforman.
  - Análisis de las Recomendaciones Metodológicas expuestas en el anexo 18 para el proceso de obtención de los procedimientos de cálculo escrito de la sustracción y la multiplicación mediante el método de búsqueda independiente.
4. Estudiar en un proceso único la obtención y la fijación de los procedimientos de cálculo escrito en tercer grado, aplicando en grupos experimentales y de control similares condiciones metodológicas para la fijación y variando el modo de obtención, con la finalidad de precisar la influencia que tienen en el desarrollo de los escolares los métodos de enseñanza con que los alumnos obtienen las sucesiones de pasos correspondientes.

## BIBLIOGRAFÍA

1. Academia de Ciencias de Cuba. Metodología del conocimiento científico. Editorial de Ciencias Sociales. La Habana. 1975.
2. Addine Fernández, F., A. M. González Soca y S. C. Recarey Fernández. Principios para la dirección del proceso pedagógico. En Compendio de Pedagogía. Editorial Pueblo y Educación. La Habana. 2002.
3. Addine Fernández, F. ¡Didáctica! ¿Qué didáctica? En: Addine Fernández, F. S. Recarey Fernández, M. Fuxá Lavastida y S. Fernández Gonzales. Didáctica. Teoría y Práctica. Editorial Pueblo y Educación. La Habana. 2007.
4. Aguayo, A. M. Didáctica de la escuela nueva. Segunda edición corregida y aumentada. Imprenta Cultural. La Habana. 1943.
5. Aguayo A. M. y H. M. Amores. Pedagogía para escuelas y colegios normales. Editora Cultural S.A. La Habana, 1959.
6. Aguiar, M. (et al.) La asimilación del contenido de la enseñanza. Editorial de Libros para la Educación. La Habana. 1979.
7. Albarrán Pedroso, J. V. ¿Cómo realizar el tratamiento del cálculo mental? Editorial Pueblo y Educación. La Habana. 2007
8. \_\_\_\_\_. ¿Cómo realizar el tratamiento de los procedimientos escritos de adición, sustracción y multiplicación de números naturales? Editorial Pueblo y Educación. La Habana. 2007
9. Albarrán Pedroso, J. (et al.). Curso 45. Experiencias para estimular el proceso de enseñanza y aprendizaje de la Matemática en la escuela primaria. Pedagogía 2009. Sello Editor Educación Cubana. La Habana. 2009.
10. Albarrán Pedroso, J. Las formas de trabajo heurístico en el proceso de enseñanza aprendizaje de la Matemática Escolar. En: Albarrán Pedroso, J. (et al.) Didáctica de la Matemática en la Escuela Primaria. Editorial Pueblo y Educación. La Habana. 2005
11. Álvarez de Zayas, C. (1992). La Escuela en la Vida. Editorial Félix Varela. La Habana. 1992.
12. Álvarez Pérez, M. (et al.). Tratamiento de la Aritmética. Curso impartido en el Congreso Internacional 2003. Palacio de las Convenciones. La Habana. 2003.
13. Aprendizaje Significativo y por Descubrimiento. Disponible (07-02-08) en [www.educando.edu.do](http://www.educando.edu.do)
14. Armas (de) Ramírez, N. y A. Valle Lima. Resultados científicos en la investigación educativa. Editorial Pueblo y Educación. La Habana. 2011.
15. Avendaño Oliver, M. y A. F. Minujin Zmud. Ideas fundamentales e independencia cognoscitiva. En: Temas de psicología pedagógica para maestros II. Editorial Pueblo y Educación. La Habana. 1999.
16. Azcuy Lorenz, L (et al.). Algunas consideraciones teóricas acerca de la Enseñanza Problemática. Humanidades Médicas, Vol 4, No 10, Enero- Abril del 2004
17. Babanski, Yu. K. Optimización del proceso de enseñanza. Editorial Pueblo y Educación. La Habana. 1982.
18. Ballester Pedroso, S. (et al.). Metodología de la Enseñanza de la Matemática. Tomo I. Editorial Pueblo y Educación. La Habana. 2001.



19. Baranov, S. P. Didáctica de la escuela primaria. Editorial de Libros para la Educación. La Habana. 1980.
20. Bermúdez Morris, R. y L. Pérez Martín. Del aprendizaje, una mirada desde la Psicología. En. Galarraga Hernández, E. F. (et al.) Hacia una educación audiovisual. Editorial Pueblo y Educación. La Habana. 2004.
21. Bermúdez Sarguera, R. y M. Rodríguez Rebastillo. Teoría y metodología del aprendizaje. Editorial Pueblo y Educación. La Habana. 1999.
22. Bernabeu Plous, M. Una concepción didáctica para el aprendizaje del cálculo aritmético en el primer ciclo. Tesis en opción al grado de Doctor en Ciencias Pedagógicas. Instituto Central de Ciencias Pedagógicas. La Habana. 2005
23. Bernabeu Plous, M. y E. Villegas. La transferencia en el tratamiento del cálculo aritmético. En Albarrán Pedroso, J. (et al.). Didáctica de la Matemática en la Escuela Primaria. Editorial Pueblo y Educación. La Habana. 2005.
24. Bertoll, N. y Y. Martínez. Estudio de los programas de Aritmética de 1. a 4. grado de la Enseñanza Primaria desde 1901 hasta 1961. Informe de Trabajo Científico. Facultad de Superación UCP Enrique José Varona. La Habana. 1981.
25. Betancourt Morejón, J. (et al.) Pensar y crear. Educar para el cambio. Editorial Academia. La Habana. 1997.
26. Calviño, M. Orientación psicológica. Esquema referencial de alternativa múltiple. Editorial Científico-Técnica. La Habana. 2002.
27. Calzada Lahera, D. La ley de la unidad de la instrucción y la educación. En Compendio de Pedagogía. Editorial Pueblo y Educación. La Habana. 2002.
28. Cano, M. A. Cuestiones pedagógicas. Editorial Cultural S. A. La Habana. 1930.
29. Capote Castillo, M. Una estructuración didáctica para la etapa de orientación en la solución de problemas aritméticos con texto en el primer ciclo de la escuela primaria. Tesis en opción al grado científico de Doctor en Ciencias Pedagógicas. Pinar del Río. 2003.
30. Cardentey Arias, J. (et. al) La teoría marxista leninista del conocimiento. En lecciones de Filosofía Marxista-Leninista. Tomo 2. Editorial Pueblo y Educación. La Habana. 2001.
31. Carnero Canals, M., [et. al]. Los Métodos Activos en la Enseñanza de la Ciencia. Editorial Academia. La Habana, 1999.
32. Cartaya Cotta, P. A. y J. A. Joanes Pando. Raíces de la escuela primaria cubana. 1902-1925. Editorial Pueblo y Educación. La Habana. 1996.
33. Casanova Romero, F. A.: Una concepción para la enseñanza aprendizaje de la numeración y el cálculo en los primeros grados de la escuela primaria. en opción al grado de Doctor en Ciencias Pedagógicas. Universidad de Ciencias Pedagógicas Raúl Gómez García. Guantánamo. 2000.
34. Castellanos Noda, A. V.; V. Ojalvo Mitrany; G. Viñas. Métodos y técnicas participativas en el proceso de enseñanza. En: Colectivo de autores del CEPES. Los Métodos Participativos: ¿una nueva concepción de la enseñanza? La Habana. 1995
35. Castellanos Simons, D. Estrategias para promover el aprendizaje desarrollador en el contexto escolar. Universidad Pedagógica "E. J. Varona", La Habana. 1997
36. Castellanos Simons, D. (et al.) .Aprender y Enseñar en la escuela. Una concepción desarrolladora. Editorial Pueblo y Educación. La Habana. 2005.

37. Castellanos Simons, D., [et. al]. . Puede ser el maestro un facilitador: una reflexión sobre la inteligencia y su desarrollo. Congreso Pedagogía 95.
38. Chávez Rodríguez, J. A.,G. Deler Ferrera y A. Suárez Lorenzo. Principales corrientes y tendencias a inicios del siglo XXI de la pedagogía y la didáctica. Editorial Pueblo y Educación. La Habana. 2009.
39. Chrobrak, R y M. Leiva Benegas. Mapas conceptuales y modelos didácticos. Disponible en <http://cmc.ihmc.us/cmc2006Papers/cmc2006-p215> (7-01- 2012)
40. Cerezo Huerta, H. Corrientes pedagógicas contemporáneas. Disponible (08-12-2008) en [www.odiseo.com.mx/2006/07/](http://www.odiseo.com.mx/2006/07/)
41. Cogan, Eduardo J. La Enseñanza de la Matemática. En: Taylor, H. Ensayos sobre enseñanza. Editorial Reverté. S. A. México. 1959.
42. Conde Rodríguez, A. Alfredo M. Aguayo. Más allá de la legitimidad de una propuesta. Revista Educación. No. 102. Enero-abril 2001. La Habana.
43. Córdova LLorca, M. D. Constructivismo, un fenómeno de nuestro tiempo. Revista Educación. No. 95. Sept-dic.1998. La Habana.
44. Cubillo, C., T: Ortega del Rincón. Análisis de un modelo didáctico para la enseñanza aprendizaje del orden de las fracciones. En Educación Matemática. Volumen 15, No. 2, 2006. P 55-76. Universidad de la Rioja, México. Disponible (04-05- 2011) en <http://dialnet.unirioja.es/servlet/>
45. Daríos Ginesta, C. Los métodos problémicos: una necesidad de la enseñanza de las asignaturas de Marxismo Leninismo en el nivel medio, Revista Educación No. 69, abril – junio, La Habana, 1988.
46. Davidov , V. V. los principios de la enseñanza en la escuela del futuro. En: Iliasov, I. I., V. Ya. Liaudis . Antología de la Psicología Pedagógica y de las edades. Editorial Pueblo y Educación. La Habana. 1986.
47. Davidov , V. V. La enseñanza escolar y el desarrollo psicológico. Editorial Progreso. Moscú. 1988.
48. Davidov, V. V. Los problemas psicológicos del proceso de enseñanza de los escolares de edad menor. En: Iliasov, I. I., V. Ya. Liaudis . Antología de la Psicología Pedagógica y de las edades. Editorial Pueblo y Educación. La Habana. 1986.
49. Davidov, V. V. y V. I. Slobódchikov. La enseñanza que desarrolla en la escuela del Desarrollo. En: La Educación y la enseñanza: una mirada al futuro. Editorial Progreso. Moscú. 1995.
50. Didáctica. Editorial Nacional de Cuba. Editora Pedagógica. La Habana. 1965.
51. Dieudonne, J. La abstracción en matemáticas y la revolución del álgebra. En: La Enseñanza de las Matemáticas. Aguilar S.A. Ediciones Madrid. 1968.
52. Dirección del proceso de aprendizaje de las asignaturas priorizadas. V Seminario Nacional para Educadores. Ministerio de Educación. Noviembre de 2004.
53. Dottrens, R. Didáctica para la escuela primaria. Editorial EUDEBA. Buenos Aires. 1968.
54. Egaña Morales, E. La Estadística, Herramienta fundamental en la investigación pedagógica. Editorial Pueblo y Educación. La Habana. 2010.
55. Elkonin, D: B. Las cuestiones psicológicas relativas a la formación de la actividad docente en la edad escolar menor. En: Iliasov, I. I., V. Ya. Liaudis. Antología de la Psicología Pedagógica y de las edades Editorial Pueblo y Educación. La Habana. 1986.

56. Enciclopedia General de la Educación. Tomo 2. Océano Grupo Editorial. Barcelona (s.a)
57. Escalona Serrano, E. y M. C. González Dosil. ¿Aprender descubriendo? En: Tendencias Iberoamericanas en la educación Matemática. P. Torres Fernández (et al.). Universidad Autónoma de Sinaloa. México. 2001.
58. Escalona, D. M. Metodología de la Aritmética. Lección IV. Escuela Normal de La Habana. 1944
59. Escalona, D. M. Metodología de la Aritmética. Lecciones IV. Escuela Normal de La Habana (s.a)
60. \_\_\_\_\_. Metodología de la Aritmética. Lección V. Escuela Normal de La Habana. 1944.
61. \_\_\_\_\_. Metodología de la Aritmética. Lección XIV. Escuela Normal de La Habana. (s.a).
62. Fariñas León, G. Maestro, para una didáctica del aprender a aprender. Editorial Pueblo y Educación. La Habana. 2004.
63. Fernández González, A. M. El desarrollo de las habilidades comunicativas en los escolares. En: Selección de temas psicopedagógicos. Editorial Pueblo y Educación. La Habana. 2000. P. 147
64. Flórez Arco, A. La ingeniería didáctica. En: Tendencias Iberoamericanas en la educación Matemática. P. Torres Fernández (et al.). Universidad Autónoma de Sinaloa. México. 2001.
65. Fonseca Véliz M. E. Metodología para dar tratamiento a la adición y a la sustracción de números naturales a partir de su significación práctica. Tesis en opción al grado científico de Doctora en Ciencias Pedagógicas. Instituto Superior Pedagógico Félix Valera Morales. Villa Clara. 2 004.
66. Fernández González, A. M., B. Castellanos Simons Y M. Llivina Lavigne. De las capacidades a las competencias: una reflexión teórica desde la psicología. En: educación Primaria. Modulo III. Maestría en Ciencias de la Educación. Editorial Pueblo y Educación. La Habana. 2010.
67. Gabrielli, M. P. Algunas reflexiones con respecto a la enseñanza de la Matemática. Disponible en [www.google.com/cu/search?hl](http://www.google.com/cu/search?hl) (12-05-2011)
68. Galperin, P. Y. Acerca de la investigación del desarrollo intelectual del niño. En: Iliasov, I. I., V. Ya. Liaudis. Antología de la Psicología Pedagógica y de las edades. Editorial Pueblo y Educación. La Habana. 1986.
69. Galperin, P. Y. Sobre el método de formación por etapas de las acciones intelectuales. En: Iliasov, I. I., V. Ya. Liaudis. Antología de la Psicología Pedagógica y de las edades. Editorial Pueblo y Educación. La Habana. 1986.
70. Ganelin, S. I. La asimilación consciente en la escuela. Editorial Pueblo y Educación. La Habana. 1978.
71. García, L. M. Modelos y recursos didácticos. Disponible (12-01-2012) en: <http://www.slideshare.net/lmggr/2->
72. García Batista, G. (et. al). El trabajo independiente, sus formas de realización. Editorial Pueblo y Educación. La Habana. 2005.
73. García Cruz, J. A. La Didáctica de las Matemáticas, una visión general. Disponible en: Portal de Max Álvaro Miguel Rodríguez [www.rmm.cl/](http://www.rmm.cl/) (13-05- 2011)

74. García García, M. C. (del). Procedimientos didácticos para un aprendizaje productivo. Universidad de Ciencias Pedagógicas José de La Luz y Caballero. 1997.
75. García Muñoz, J. J. Modelo teórico metodológico para el perfeccionamiento del proceso de enseñanza aprendizaje del cálculo aritmético en el primer ciclo de la enseñanza primaria. Tesis en opción al grado de Doctor en Ciencias Pedagógicas. Universidad Pedagógica Félix Varela. Villa Clara. 2004
76. Geisler, E. Metodología de la Enseñanza de la Matemática de 1º. a 4º. Grado. Primera parte. Editorial Pueblo y Educación. La Habana. 1979.
77. Geissler, E. (et al.) Metodología de la Enseñanza de la Matemática, de 1. a 4. grado. Segunda parte. Editorial Pueblo y Educación. La Habana. 1989.
78. Geissler, E. (et al.) Metodología de la Enseñanza de la Matemática, de 1. a 4. grado. Tercera parte. Editorial Pueblo y Educación. La Habana. 1989.
79. Gmurman, V. E. y F. F. Korolev. Fundamentos generales de la Pedagogía. Editorial Pueblo y Educación. La Habana. (s.a)
80. González Soca, A. M., S. Recarey Fernández y F. Addine Fernández. El proceso de enseñanza aprendizaje: un reto para el cambio educativo. En: Addine Fernández, F. S. Recarey Fernández, M. Fuxá Lavastida y S. Fernández Gonzáles. Didáctica. Teoría y Práctica. Editorial Pueblo y Educación. La Habana. 2007.
81. González Soca, A. M., S. Recarey Fernández y F. Addine Fernández. La dinámica del proceso de enseñanza aprendizaje mediante sus componentes. En: Didáctica. Teoría y Práctica. Editorial Pueblo y Educación. La Habana. 2007
82. González, D. Didáctica o dirección del aprendizaje. Imprenta Cultural S. A. la Habana. 1959.
83. Granados Guerra, L. A.; J. L. Gotay Sardiñas y M. C. González Escalona. Psicología del desarrollo del escolar primario. En: Módulo III. Educación Primaria. Materiales básicos y Guía de estudio. Maestría en Ciencias de la Educación. Editorial Pueblo y Educación. La Habana. 2010. P. 6
84. Guétmanova, A.; M. Panov y V. Petrov. Lógica: en forma simple sobre lo complejo. Editorial Progreso. Moscú. 1991
85. Guzmán Ozámiz, M. Tendencias innovadoras en educación matemática. Disponible en [www.oer.es/edumat.htm](http://www.oer.es/edumat.htm). (10-6-2010)
86. Ferrer López, M. A.. Maestro ingenioso. ¿posible creador? En: Educación No. 88, mayo – agosto, La Habana, 1996.
87. Hernández Herrera, P. A. A propósito del proceso de enseñanza aprendizaje. En: Hacia una educación audiovisual. Editorial Pueblo y Educación. La Habana. 2004. P. 156
88. Hernández Mujica, J. L. La enseñanza problémica y la creatividad: producir vs. reproducir, Revista Varona No. 24, enero-junio, La Habana, 1997
89. Hernández Ruiz, S. y D. Tirado Benedi. Enciclopedia Pedagógica I. Editorial Atlante S. A. 1940
90. Hierrezuelo, N. y D. Borrás. La enseñanza problémica una tendencia actual, Pedagogía Cubana No. 3-4, octubre – diciembre, La Habana, 1989.
91. Hubert, R. Tratado de Pedagogía. Editorial El Ateneo. S. A. Buenos Aires. Argentina. 1970.

92. Itelson, L. B. La actividad docente. Sus orígenes, estructura y condiciones. En: Iliasov, I. I., V. Ya. Liaudis. Antología de la Psicología Pedagógica y de las edades. Editorial Pueblo y Educación. La Habana. 1986.
93. IX Seminario Nacional para Educadores. Curso Escolar 2009
94. Jungk, W. Conferencias sobre Metodología de la Enseñanza de la Matemática 1. Editorial Pueblo y Educación. La Habana. 1981.
95. Jungk, W. Conferencias sobre Metodología de la Enseñanza de la Matemática 2. Primera parte. Editorial Pueblo y Educación. La Habana. 1981.
96. Jungk, W. Conferencias sobre Metodología de la Enseñanza de la Matemática 2. Segunda parte. Editorial Pueblo y Educación. La Habana. 1981.
97. Junquera Moré, J. Didáctica del cálculo. Editorial Labor. S. A. Barcelona. Madrid. 1969
98. Kenneth Richmond, W. La Revolución de la Enseñanza. Edición Revolucionaria. Instituto Cubano del Libro. La Habana. 1973.
99. Klingberg, L. Introducción a la Didáctica General. Editorial Pueblo y Educación. La Habana. 1972.
100. Knijnik, G. La oralidad y la escritura en la educación matemática. En Educación Matemática. Volumen 18, No. 2, 2006. P 149-166. Universidad de la Rioja, México. Disponible (04- 05- 2011) en <http://dialnet.unirioja.es/servlet/>
101. Krutetski, V. A. Psicología. Ediciones Cubanas para la Editorial Pueblo y Educación. Moscú. 1989.
102. La enseñanza de las Matemáticas en Cuba. Disponible en: Portal de Max Álvaro Miguel Rodríguez [www.rmm.cl/](http://www.rmm.cl/) (13-05- 2011).
103. Labarrere Reyes, G. y G. E. Valdivia Pairol. Pedagogía. Editorial Pueblo y Educación. La Habana. 2009.
104. Lanuez Bayolo, M. del C., M. Martínez Llantada y V. Pérez Fernández. La investigación educativa en el aula. Editorial Pueblo y Educación. La Habana. 2008.
105. Leites, N: S. El problema de la relación del desarrollo intelectual y de las capacidades. En: Antología de la Psicología Pedagógica y de las edades (I. I. Iliasov y V. ya. Liaudis). Editorial Pueblo y Educación. La Habana. 1986.
106. Lenin, V. I. Materialismo y Empiriocriticismo. Editora Política. La Habana. 1963.
107. León Figueras, N. (et al.) Orientaciones Metodológicas. Cuarto grado. Matemática. Editorial Pueblo y Educación. La Habana. 2006
108. Leontiev, A. N. Actividad. Conciencia. Personalidad. Editorial Pueblo y Educación. La Habana. 1975.
109. Lerner, I. Ya. Sistema didáctico de los métodos de enseñanza, Editorial. Znanie, Moscú, 1976.
110. López Hurtado, J. (et al.) Marco conceptual para la elaboración de una teoría pedagógica. En Compendio de Pedagogía. Editorial Pueblo y Educación. La Habana. 2002.
111. López Hurtado, J. Aprendizaje y desarrollo del escolar primario. En: Selección de temas psicopedagógicos. Editorial Pueblo y Educación. La Habana. 2000.
112. López Hurtado, J. La orientación como parte de la actividad cognoscitiva de los escolares. En: Selección de temas psicopedagógicos. Editorial Pueblo y Educación. La Habana. 2000.

113. López López, M. ¿Sabes enseñar a describir, definir, argumentar? Editorial Pueblo y Educación. La Habana. 1990.
114. López, M., D. Corrales y C. Pérez. La Dirección de la actividad cognoscitiva. Editorial Pueblo y Educación. La Habana. (s.a).
115. Majmutov, M. I. La enseñanza problémica. Editorial Pueblo y Educación. La Habana. 1983.
116. Marimón Carrazana, J. A. y E. L. Guelmes Valdés. En: Armas (de) Ramírez, N y Valle Lima, A. Resultados científicos en la investigación educativa. Editorial Pueblo y Educación. La Habana. 2011
117. Markova, A. K. y G. S. Abramova. La actividad docente como objeto de la investigación psicológica. En: Iliasov I. I., V. Ya. Liaudis. Antología de la Psicología Pedagógica y de las edades (I. I.). Editorial Pueblo y Educación. La Habana. 1986.
118. Marqués Graells, P. La enseñanza. Buenas prácticas. La motivación. Disponible en <http://peremarques.pangea.org/actodid.htm> (07-08-2011)
119. Martí, J. Ideario Pedagógico. Compendiado por H. Almendros. Editorial Pueblo y Educación. La Habana. 1 999.
120. Martínez Llantada, M. La enseñanza problémica. ¿Sistema o principio? Primera parte, Revista Varona No. 12, enero – junio, La Habana, 1984.
121. \_\_\_\_\_. La enseñanza problémica. ¿Sistema o principio? Segunda parte, Revista Varona No. 13, julio – diciembre, La Habana, 1984.
122. \_\_\_\_\_. Categorías, principios y métodos de la Enseñanza problémica. Universidad de La Habana. La Habana. 1986.
123. \_\_\_\_\_. Educación y creatividad. Algunas tendencias. Revista Educación. No. 95. Sept.-dic. P. 11-17. 1998.
124. \_\_\_\_\_. Calidad educacional, actividad pedagógica y creatividad. Editorial Academia. La Habana, 1998.
125. \_\_\_\_\_. El desarrollo de la creatividad mediante la enseñanza problémica, Instituto Pedagógico Latinoamericano y Caribeño. Curso 6, Pedagogía 99.
126. Martínez Llantada, M. (et. al). Metodología de la investigación educacional. Editorial Pueblo y Educación. La Habana. 2003.
127. Mauri, T. ¿Qué hace que el alumno y la alumna aprenda los contenidos escolares? En: El constructivismo en el aula. Editorial Graó. Barcelona. 1996.
128. Menchinskaia, N. A. Los problemas psicológicos de la actividad de la personalidad. En: Iliasov I. I., V. Ya. Liaudis. Antología de la Psicología Pedagógica y de las edades. Editorial Pueblo y Educación. La Habana. 1986.
129. Mesa Anoceto, M. Distinciones entre criterio de expertos, especialistas y usuarios. Disponible en [www.monografias.com/trabajos82/](http://www.monografias.com/trabajos82/) (19-06-2010)
130. Millot, A. Las grandes tendencias de la Psicología contemporánea. Unión Tipográfica Editorial Hispano-Americana. Méxio. 1941.
131. Miras, M. Un punto de partida para el aprendizaje de nuevos contenidos: los conocimientos previos. En: El constructivismo en el aula. Editorial Graó. Barcelona. 1996.
132. Mitjans Martínez, A. Programas, Técnicas y Estrategias para enseñar a pensar y crear. Un enfoque personológico para su estudio y comprensión. En: Betancourt



- Morejón, J. (et al.). Pensar y crear. Educar para el cambio. Editorial Academia. La Habana. 1997.
133. Nuevas tecnologías aplicadas a la educación. Disponibles (12-01-2012) en: [http://ocw.ua.es/Ciencias\\_Sociales\\_y\\_Juridicas/](http://ocw.ua.es/Ciencias_Sociales_y_Juridicas/)
134. Onrubia, J, Enseñar: Crear zonas de desarrollo próximo e intervenir en ellas. En: El constructivismo en el aula. Editorial Graó. Barcelona. 1996.
135. Oramas Hernández, C. y M. Ieal Acosta. El aprendizaje vivencial de la Matemática. En: Tendencias Iberoamericanas en la educación Matemática. P. Torres Fernández (et al.). Universidad Autónoma de Sinaloa. México. 2001.
136. Pérez Hernando, I. Lo que hacemos mal es utilizar la repetición para memorizar. Disponible en: <http://www.hoy.es/20080305.html> (08-06-2009)
137. Pérez Rodríguez, G. (et al). Metodología de la investigación educacional. Primera parte. Editorial Pueblo y Educación. La Habana. 196.
138. \_\_\_\_\_ Metodología de la investigación educacional. Segunda parte. Editorial Pueblo y Educación. La Habana. 196.
139. Pérez Somoza, E. Metodología de la Aritmética Elemental. Cultural S. A La Habana. 1930.
140. Pernías Peco, P. Modelos didácticos. Universidad Privada Antenor Orrego. Disponible (12-01-2012) en: [www.scribd.com/doc/6012634/](http://www.scribd.com/doc/6012634/)
141. Piaget, J. Las estructuras matemáticas y las estructuras operatorias de la inteligencia. En: La Enseñanza de las Matemáticas. Aguilar S.A. Ediciones Madrid. 1968.
142. Pidkasisti, P. I. La actividad cognoscitiva independiente de los alumnos en la enseñanza. Editorial Pueblo y Educación. La Habana. 1986.
143. Pita Céspedes, B. y Z. Benítez de Mendoza. Maestro. Secretos pedagógicos. Editorial Pueblo y Educación. La Habana. 2003.
144. Proenza Garrido, Y. y L. M. Leyva Leyva. La enseñanza de la matemática y su impacto en el desarrollo del pensamiento de los escolares primarios. Disponible en <http://www.monografias.com/trabajos33/modelo-didactico/shtml> (12-10.11)
145. Programas. Matemática. Educación Primaria. Editorial Pueblo y Educación. La Habana. 2007.
146. Rebollar Morote, A. (Y otros seis autores). Curso 62. Enseñanza basada en problemas y ejercicios. Pedagogía 2009. Sello Editor Educación Cubana. La Habana. 2009.
147. Resnick, L. El desarrollo del conocimiento matemático. En: Acción Pedagógica. Volumen I, No. 2. Julio-dic. 1989. P. 21-39. Universidad de los Andes. Venezuela.
148. Rico Montero, P. Reflexión y aprendizaje en el aula. Editorial Pueblo y Educación. La Habana. 1996.
149. Rico Montero, P. (et al.). Modelo de escuela primaria. Principales transformaciones. Curso 3. Pedagogía 2009.
150. Rico Montero, P. Algunas características de la actividad de aprendizaje y del desarrollo intelectual de los alumnos. En Compendio de Pedagogía. Editorial Pueblo y Educación. La Habana. 2002.
151. Rico Montero, P. Aprendizaje en condiciones de desarrollo. En: Rico Montero, P., E. M. Santos Palma y V. Martín-Viaña Cuero. Proceso de enseñanza-

- aprendizaje desarrollador en la escuela primaria. Teoría y Práctica. Editorial Pueblo y Educación. La Habana. 2004
152. Rico Montero, P., E. M. Santos Palma y V. Martín-Viaña Cuervo. Exigencias del Modelo de escuela primaria para la dirección por el maestro de los procesos de educación, enseñanza y aprendizaje. Editorial Pueblo y Educación. La Habana. 2008.
  153. \_\_\_\_\_. Aprendizaje en la zona de desarrollo próximo en las condiciones de la escuela primaria cubana. Curso 56. Pedagogía Internacional 1997.
  154. Rico Montero, P. Exigencias para la dirección pedagógica del proceso de enseñanza –aprendizaje. En: Proceso de enseñanza aprendizaje desarrollador en la escuela primaria. Teoría y Práctica. Editorial Pueblo y Educación. La Habana. 2004
  155. Rico Montero, P. y E. M. Santos Palma. Concepción de una enseñanza desarrolladora. En: Rico Montero, P., E. M. Santos Palma y V. Martín-Viaña Cuervo. Proceso de enseñanza- aprendizaje desarrollador en la escuela primaria. Teoría y Práctica. Editorial Pueblo y Educación. La Habana. 2004.
  156. Rico Montero, P. y M. Silvestre Oramas. Proceso de enseñanza aprendizaje. En: Rico Montero, P. (et al.) Hacia el Perfeccionamiento de la Escuela Primaria. Editorial Pueblo y Educación. La Habana. 2000.
  157. Rico Montero, P., E. M. Santos Palma y V. Martín-Viaña Cuervo. Algunas exigencias para el desarrollo y evaluación del proceso de enseñanza aprendizaje en la escuela primaria. Cartas al Maestro. Editorial Pueblo y Educación. La Habana. 2004.
  158. Rico Montero, P., E. M. Santos Palma y V. Martín-Viaña Cuervo. Proceso de enseñanza- aprendizaje desarrollador en la escuela primaria. Teoría y Práctica. Editorial Pueblo y Educación. La Habana. 2004
  159. Rico, P. (et al.). Hacia el perfeccionamiento de la Escuela Primaria. Editorial Pueblo y Educación. La Habana. 2 000. P. 5
  160. Rico, P. y M. Silvestre. Proceso de Enseñanza – Aprendizaje. En Compendio de Pedagogía. Editorial Pueblo y Educación. C. de La Habana. 2 0003.
  161. Riverón Portela , O. Fundamentación psicológica de la Enseñanza Problemática. Revista digital Contexto Educativo. Año VII, No. 37. Universidad de Ciencias Pedagógicas “Manuel Ascunce Domenech”, Ciego de Ávila.
  162. Rizo Cabrera, C. Un nuevo proyecto curricular para la escuela primaria cubana. En. Selección de temas psicopedagógicos. Editorial Pueblo y Educación. La Habana, Cuba. 2000.
  163. Rodríguez del Castillo M. A. y A. Rodríguez Palacios. La estrategia como resultado científico de la investigación educativa. En: Armas (de) Ramírez, N. y A. Valle Lima. Resultados científicos en la investigación educativa. Editorial Pueblo y Educación. La Habana. 2011.
  164. Rodríguez Figueroa, D. Algunas consideraciones acerca de la habilidad de cálculo. Disponible en: <http://revista.cfg.rimed.cu/publications/vol1no1/article18.pdf> (08- 08- 2009)
  165. Rodríguez Rebastillo, M., E. Moltó Gil y R. Bermúdez Sarguera. Formación de los conocimientos científicos en los estudiantes. Editorial Academia. La Habana. 1999.



166. Rodríguez Suñol, E. Propuesta didáctica para el tratamiento de la división con números naturales. En: Alabarrán, J. V. (et al.). Didáctica de la Matemática en la Escuela Primaria. Editorial Pueblo y Educación. La Habana. 2005
167. Rojas Plasencia, D y O. Beceiro Méndez. Sistema de tareas para el trabajo independiente en las clases de Geometría de 5. Grado. Trabajo Científico Individual. Facultad de Superación de Metodología de la Enseñanza de la Matemática. Universidad de Ciencias Pedagógicas Enrique José Varona. La Habana. 1991.
168. Roloff Gómez, G. (et al). Investigaciones de Psicología pedagógica acerca del escolar cubano. Editorial Pueblo y Educación. La Habana. 1987.
169. Rosental, M. y R. Iudin. Diccionario Filosófico. Edición Revolucionaria. La Habana. 1981.
170. Rubinstein, J. L. Principios de Psicología General. Editorial Pueblo y Educación. La Habana. 1977.
171. Rubinstein, S. L. El problema de las capacidades y las cuestiones relativas a la teoría psicológica. En: Iliasov, I. I., V. Ya. Liaudis Antología de la Psicología Pedagógica y de las edades (I. I.). Editorial Pueblo y Educación. La Habana. 1986
172. Ruíz Vargas, J. M. Memoria y olvido. Disponible en: <http://acordeon.eresmas.net/tml> (08-06-2009)
173. Salazar Fernández, D. La interdisciplinariedad como tendencia en la enseñanza de las ciencias. En: Álvarez Pérez, M. Interdisciplinariedad: una aproximación desde la enseñanza aprendizaje de las ciencias. Compilación. Editorial Pueblo y Educación. La Habana. 2004
174. Salina Abreu, M. Cómo vemos la clase de Matemática en la escuela primaria. Revista Educación. Año VI. No. 21. Abril –junio 1976. P- 52-67. La Habana. 1976.
175. Santos Palma, E. M. Reflexiones didácticas y del diseño curricular para la elaboración de tareas de aprendizaje en escolares primarios. En: Selección de Temas Psicopedagógicos. Editorial Pueblo y Educación. La Habana. 2000.
176. Santos Palma, M. E. Categorías del proceso de enseñanza –aprendizaje. En: Proceso de enseñanza aprendizaje desarrollador en la escuela primaria. Teoría y Práctica. Editorial Pueblo y Educación. La Habana. 2004
177. Shardakov, M. N. Desarrollo del pensamiento en el escolar. Editorial de Libros para la Educación. La Habana. 1978.
178. Schmieder, J. Didáctica General. Editorial Losada S. A. Buenos Aires. 1946
179. Segura Suárez (et. al) M. E. Teorías Psicológicas y su influencia en la educación. Editorial Pueblo y Educación. La Habana. 2005
180. Silvestre Oramas, M. Concepción didáctica del proceso de enseñanza aprendizaje. En: Hacia una Didáctica Desarrolladora (M. Silvestre Oramas y J. Zilberstein Toruncha. Editorial Pueblo y Educación. La Habana. 2002.
181. Silvestre Oramas, M. Exigencias didácticas para dirigir un proceso de enseñanza aprendizaje-desarrollador y educativo. En: Hacia una Didáctica Desarrolladora (M. Silvestre Oramas y J. Zilberstein Toruncha. Editorial Pueblo y Educación. La Habana. 2002.
182. Skatkin, M.N. Perfeccionamiento del proceso de la enseñanza 1. Editorial Pueblo y Educación. La Habana. 1979
183. Skatkin, M. N. Perfeccionamiento del proceso de la enseñanza 2. Editorial Pueblo y Educación. La Habana. 1979.

184. Solí, I. Disponibilidad para el aprendizaje. En: El constructivismo en la escuela. Editorial Graó. Barcelona. 1996
185. Solí, I. y C. Coll. Los profesores y la concepción constructivista. En: El constructivismo en la escuela. Editorial Graó. Barcelona. 1996.
186. Solís-Cámara Rosendiz, P. La crisis en la educación y las alternativas cognitivas. En: Betancourt Morejón, J. (et al.) Pensar y crear. Educar para el cambio. Editorial Academia. La Habana. 1997
187. Stoletor, V. N. El maestro, la ciencia moderna y los métodos de enseñanza. Editorial de Libros para la Educación. La Habana. 1977
188. Stresikosin, V. P. Sobre la organización del proceso didáctico. Editorial Pueblo y Educación. La Habana. 1974.
189. Talízina Fiodorovna, N. Psicología de la Enseñanza. Editorial Progreso. Moscú. 1988.
190. Talízina, N. F. La formación de la actividad cognoscitiva de los escolares. Editorial Ángeles Editores. México. 1992
191. Tipos de modelos didácticos. Disponible en <http://www.buenastareas.com/ensayos> (7-01- 2012)
192. Tomaschewski, K. Didáctica General. Editorial de Libros para la Educación. La Habana. 1978.
193. Torre (de la), Saturnino. Estrategia de enseñanza y aprendizaje creativos. En: Betancourt Morejón, J. (Y otros tres autores más) Pensar y crear. Educar para el cambio. Editorial Academia. La Habana. 1997.
194. \_\_\_\_\_. La enseñanza de la Matemática en Cuba, según los estudios de Evaluación Educativa. Instituto Central de Ciencias Pedagógicas. La Habana. 2009
195. Torres Fernández, P. Didácticas cubanas de las matemáticas. Editorial Academia, La Habana, 1996.
196. Torres Fernández, P. El operacionalismo en la educación matemática. En: Tendencias Iberoamericanas en la educación Matemática. P. Torres Fernández (et al.). Universidad Autónoma de Sinaloa. México. 2001.
197. \_\_\_\_\_. La enseñanza problemática de la Matemática. Una concreción vigotskiana de la educación matemática. Curso 56, Pedagogía `97. Instituto Pedagógico Latinoamericano y Caribeño. La Habana. 1997.
198. \_\_\_\_\_. La enseñanza problemática de la Matemática del nivel medio general. Tesis en opción al grado de Doctor en Ciencias Pedagógicas. UCP Enrique José Varona. La Habana. 1993.
199. Torres Fernández, P. (et al.). Tendencias Iberoamericanas en la educación Matemática. Universidad autónoma de Sinaloa. México. 2001.
200. Valle Lima, A. Metamodelos de la Investigación Pedagógica. Material en soporte digital. Instituto Central de Ciencias Pedagógicas. La Habana. 2007.
201. Valle Lima, A. Modelo para obtener un modelo. En: Armas (de) Ramírez, N y Valle Lima, A. Resultados científicos en la investigación educativa. Editorial Pueblo y Educación. La Habana. 2011
202. Varona, E. J. Escritos sobre educación y enseñanza. Editora Universitaria. La Habana. 1948.

203. Viera Torres, T. El aprendizaje verbal significativo de Ausubel. Algunas consideraciones desde el enfoque histórico-cultural. Universidades. Julio-diciembre. No. 026. P. 37-43 DF. México. 2003. Disponible en: <http://redalyc.uaemex.m/pdf/>
204. Vigotski, L. S. Historia del desarrollo de las funciones psíquicas superiores. Editorial Científico Técnica. La Habana. 1987.
205. \_\_\_\_\_. Pensamiento y Lenguaje. Editorial Pueblo y Educación. La Habana. 1982.
206. \_\_\_\_\_. Interacción entre enseñanza y desarrollo. En: Selección de lecturas de Psicología Infantil y del adolescente. Tercera parte. Editorial Pueblo y Educación. La Habana. 1995.
207. Vilella, R. Algunas conclusiones sobre la enseñanza de la Matemática en Primaria. Revista Educación. Año V. No. 18. Julio-sept. 1975. P. 50-64. La Habana.
208. Villalón Inchaústegui, M. (et al.) Orientaciones Metodológicas. Tercer grado. Tomo 2. Matemática. Editorial Pueblo y Educación. La Habana. 2001
209. Villalón Inchaústegui, M. (et al.) Matemática 3. Tercer grado. Editorial Pueblo y Educación. La Habana. 2007
210. Villalón Inchaústegui, M. Motivaciones especiales para la enseñanza de la Matemática en la Educación Primaria. Revista Educación. Año XIV. No. 53. Abril – junio 1984. P. 33-42. La Habana. 1976.
211. Villela, M. C., C. Imbuzeiro Cores, C. de Souza y E.Tunes. El lenguaje como mediador en el desarrollo de funciones psicológicas superiores en personas con síndrome de Down. Disponible en <http://educar.jalisco.gob.mx/16/16Villel.html> (12- 08- 2010)
212. Warusfel, A. Diccionario razonado de Matemática. Editorial Tecnor. Madrid. 1972.
213. Zabala, A. Los enfoques didácticos. En: El constructivismo en el aula. Editorial Graó. Barcelona. 1996.
214. Zilberstein Toruncha, J. Desarrollo de habilidades. En: Hacia una Didáctica Desarrolladora (Silvestre Oramas, M. y J. Zilberstein Toruncha. Editorial Pueblo y Educación. La Habana. 2002.
215. Zillmer, W. Complementos de Metodología de la Enseñanza de la Matemática. Editorial Pueblo y Educación. La Habana. 1981.
216. Zilberstein Toruncha, J. Reflexiones acerca de los principios didácticos, para un proceso de enseñanza aprendizaje desarrollador. En: Hacia una Didáctica Desarrolladora (Silvestre Oramas, M. y J. Zilberstein Toruncha. Editorial Pueblo y Educación. La Habana. 2002.

ANEXO 1: Guía para el análisis de los documentos normativos y metodológicos de Matemática en el tercer grado.

Objetivo: Valorar la significación del tratamiento de los procedimientos de cálculo y determinar regularidades en las recomendaciones acerca del empleo de los métodos de enseñanza para la obtención de los procedimientos de cálculo en el tercer grado.

Documentos a analizar: Programa de Matemática de tercer grado, Orientaciones Metodológicas de Matemática de tercer grado y el libro de texto Matemática 3.

Aspectos objeto de análisis:

- 1.- Posición que ocupa la introducción de procedimientos de cálculo respecto a la introducción de conceptos, relaciones y propiedades (aritméticos).
- 2.- Vía metodológica recomendada (inductiva/deductiva) para la introducción de procedimientos de cálculo, conceptos, relaciones y propiedades (aritméticos).
- 3.- Métodos para la introducción (obtención) de los procedimientos de cálculo oral y escrito, evidente en las recomendaciones metodológicas para cada caso específico.

ANEXO 2: Guía de observación de clases

Objetivo: Evaluar a partir de la observación directa los indicadores del proceso de obtención de los procedimientos de cálculo escrito siguientes:

- Creación de las condiciones para facilitar la orientación y desarrollo del proceso de obtención de la sucesión de los pasos de cálculo o su ampliación (M1.1)
- Orientación hacia los objetivos (M1.2)
- Dirección de los procedimientos del método aplicado para la obtención o ampliación de la sucesión de los pasos de cálculo (M1.3)
- Adecuado manejo del contenido y del vocabulario técnico inherente a la sucesión de los pasos de cálculo (M1.4)
- Control de la actividad de los alumnos y atención diferenciada durante la obtención de la sucesión de los pasos de cálculo o su ampliación (M1.5)
- Actitud ante la demanda y la tarea de aprendizaje sobre el nuevo procedimiento de cálculo (A2.1)
- Despliegue de acciones ejecutoras para obtener o ampliar la sucesión de los pasos de cálculo (A2.2)
- Descripción (en forma oral o escrita) de la sucesión de los pasos de cálculo (A2.3)
- Clima afectivo y de comunicación entre iguales durante el trabajo obtención o ampliación de la sucesión de pasos de cálculo (A2.4)

Instrumento para el registro de la observación de clases.

Datos generales

Fecha: \_\_\_\_\_

Escuela: \_\_\_\_\_

Años de experiencia del maestro en el grado: \_\_\_\_\_

Evaluación profesoral última: \_\_\_\_\_

1) El contenido nuevo de la clase es:

a) obtención del procedimiento \_\_\_\_\_

- b) Ampliación del procedimiento \_\_\_\_\_
- 2) Método aplicado para la obtención del nuevo procedimiento de cálculo:
- a) Método expositivo \_\_\_\_\_
  - b) Elaboración conjunta \_\_\_\_\_
  - c) Búsqueda independiente \_\_\_\_\_
  - d) Otro \_\_\_\_\_
- 3) Habilidad específica que se declara en el planteamiento del objetivo de la clase.
- 4) Desarrollo del momento de obtención del procedimiento de cálculo escrito: **qué hace o indica el maestro y qué hacen los alumnos** (registrar lo más detalladamente posible considerando los criterios de la escala descrita, para poder asignar las categorías a los indicadores después de concluida la observación de la clase.
- 5) Evaluación de los indicadores declarados en el objetivo de acuerdo al registro hecho de la actividad del maestro y de los alumnos y completar la tabla que está al final de esta guía.

### **Criterios para aplicar la escala de evaluación.**

#### Creación de las condiciones para facilitar la orientación y desarrollo del proceso de obtención de la sucesión de los pasos de cálculo o su ampliación (M1.1):

- 3: Inició la clase transmitiendo y creando un estado de ánimo optimista respecto al posible desempeño de los alumnos. Tuvo en cuenta todos los elementos necesarios en la reactivación del nivel de partida. Tenía preparados los medios de enseñanza necesarios.
- 2: Creó un estado emocional favorable durante la reactivación del nivel de partida. Dejó de incluir elementos del nivel de partida necesarios para la comprensión del procedimiento o del método de trabajo, pero en el transcurso del proceso los reactivó de algún modo. Tenía preparados los medios de enseñanza necesarios.
- 1: Afectó el clima emocional al inicio del proceso, ya fuera por rasgos personales o por razones circunstanciales no previstas. Reactivó parcialmente el nivel de partida. No dispuso de los medios necesarios antes de iniciar la clase, aunque en el transcurso de ella logró suplirlos por un uso adecuado de la pizarra o del libro de texto.
- 0: No propició un clima emocional favorable en los alumnos y dejó de incluir aspectos del nivel de partida necesarios respecto al contenido y al método. Careció de los medios de enseñanza necesarios y no logró suplir su efecto mediante el uso de la pizarra o del libro de texto.

#### Orientación para el trabajo de obtención o ampliación de la sucesión de los pasos de cálculo (M1.2):

- 3: Partió de una situación que motivó la necesidad de ocuparse del procedimiento. Formuló el objetivo con precisión. Planteó con claridad y orden el cómo se va a proceder para la obtención del nuevo procedimiento o de su ampliación.
- 2: Motivó la necesidad de ocuparse del procedimiento y formuló el objetivo con precisión, pero no quedó suficientemente claro cómo se procedería para la obtención del nuevo procedimiento o de su ampliación o viceversa.
- 1: Creó algunas condiciones para motivar la necesidad de ocuparse del procedimiento, pero no propició el énfasis en esa necesidad. Formuló el objetivo sin la precisión

suficiente o no precisó cómo se procedería para la obtención del nuevo procedimiento o de su ampliación.

**0:** No destacó la necesidad del procedimiento ni el objetivo que se debe lograr. No quedó declarado el cómo se iba a proceder.

Dirección de los procedimientos del método aplicado para la obtención o ampliación de la sucesión de los pasos de cálculo (M1.3):

**3:** Se siguió una secuencia lógica de pasos didácticos. Se planteó a los alumnos la idea precisa, en el momento preciso y con el énfasis requerido. Fueron suficientes los recursos didácticos previstos (explicación, ilustrativos o de impulsos para la actividad) para propiciar la comprensión del procedimiento o de su ampliación. Hubo optimización del tiempo.

**2:** Se siguió una secuencia lógica de pasos didácticos, pero faltó precisión en algunas ideas o no se planteó en el momento preciso o con el énfasis requerido. La suficiencia de los recursos didácticos aplicados para propiciar la comprensión del procedimiento o de su ampliación se aproximó a lo ideal. Se afectó en algún momento optimización del tiempo.

**1:** La secuencia de pasos didácticos afectó la lógica del método; faltó precisión en algunas ideas o no se plantearon en el momento preciso. Faltaron recursos didácticos o énfasis oportuno en determinados momentos para propiciar la comprensión del procedimiento o de su ampliación. Estuvo afectada la optimización del tiempo.

**0:** No se siguió una secuencia lógica de pasos didácticos. Faltó precisión en el planteamiento de las ideas o impulsos. No fueron suficientes los recursos didácticos previstos para implicar a los alumnos y propiciar la comprensión del procedimiento o de su ampliación. La optimización del tiempo fue mala.

Adecuado manejo del contenido y del vocabulario técnico inherente a la sucesión de los pasos de cálculo (M1.4):

**3:** Los conceptos y relaciones fueron correctamente empleados. El vocabulario técnico fue correcto, preciso y claro y adecuadamente formulado en correspondencia con las características del lenguaje y el pensamiento infantil. Exigió de los alumnos expresarse con naturalidad pero técnicamente bien.

**2:** Demostró adecuado manejo del contenido y del vocabulario técnico inherente a la sucesión de los pasos de cálculo y del vocabulario, aunque a veces le faltó rigor a las expresiones matemáticas en aras de facilitar la comprensión de los alumnos. La exigencia por el empleo del vocabulario correcto fue ocasional.

**1:** Se apreció imprecisión o carencia de rigor en conceptos y procedimientos sin que ello implicara error de contenido. No exigió de los alumnos el vocabulario matemático correcto para describir o explicar lo que hacen o piensan.

**0:** Tuvo errores de contenido o prescindió generalmente del vocabulario técnico mínimo para una explicación adecuada del contenido.

Control de la actividad de los alumnos y atención diferenciada durante la obtención de la sucesión de los pasos de cálculo o su ampliación (M1.5):

- 3: Ejerció control permanente sobre la actividad de todos los alumnos. Dio la ayuda oportuna. Valoró los resultados individuales y colectivos. Estimuló una actitud positiva ante el trabajo para “obtener” el nuevo procedimiento.
- 2: Controló la actividad de la mayor parte de los alumnos. Generalmente la ayuda fue oportuna, pero a veces la adelantó o descuidó el nivel de exigencia que ella implicaba. Valoró los resultados individuales y colectivos. Estimuló una actitud positiva ante el trabajo para “obtener” el nuevo procedimiento.
- 1: Predominó el control sobre algunos alumnos. Faltó ayuda oportuna o se dio en exceso. Fueron ocasionales la valoración y el estímulo para una actitud positiva ante el trabajo por “obtener” el nuevo procedimiento o para ampliarlo.
- 0: Escaso control sobre la actividad de los alumnos. En general fue inadecuada la ayuda. No valoró resultados individuales o los resultados del grupo. No propició actitud positiva ante el trabajo para “obtener” el nuevo procedimiento o para ampliarlo.

Actitud ante la demanda y la tarea de aprendizaje sobre el nuevo procedimiento de cálculo (A2.1):

- 3: Se apreció que todos reconocieron la necesidad del procedimiento o de su ampliación y el objetivo de la actividad. Las acciones escuchar, observar, leer, preguntar, trabajar o responder denotaban atención consciente al maestro, a su propia actividad y a la opinión de los demás compañeros.
- 2: La mayoría de los alumnos reconocieron la necesidad del procedimiento o de su ampliación y el objetivo de la actividad y concentraron la atención en la palabra del maestro y en su actividad propia, pero no prestaron atención a la opinión de los demás compañeros.
- 1: Pocos alumnos concentraron su atención en el reconocimiento de la necesidad y el objetivo de la actividad. Hubo alumnos que no atendieron a las orientaciones del maestro para el despliegue de la actividad.
- 0: Desatención generalizada durante el momento inicial de la clase. En el transcurso de la actividad tampoco manifestaron estar atentos a la palabra del maestro o a la actividad propia y de los demás.

Despliegue de acciones ejecutoras para obtener o ampliar la sucesión de los pasos de cálculo (A2.2):

- 3: Se apreció que todos los alumnos trabajaron todo el tiempo sin interrupciones injustificadas. Demandaron ayuda cuando les fue necesario. Todos realizaron las acciones previstas para el proceso de obtención, aun cuando el resultado de la última haya sido incompleto en algunos casos.
- 2: En general casi todos se mantuvieron trabajando, algunos alumnos dejaban la actividad momentáneamente y luego se reinsertaban en ella. Hubo demanda de ayuda por algunos alumnos. La mayor parte de los alumnos lograron cumplir las acciones previstas.
- 1: El maestro tuvo que insistir en que se concentraran en el trabajo, lo cual se lograba solo por momentos breves. Fue escasa la solicitud de ayuda, aun siendo necesaria. Solo algunos alumnos llegaron a la última de las acciones previstas.
- 0: No se logró que persistieran en el trabajo con las acciones previstas.

Descripción (oral o escrita) de la sucesión de los pasos de cálculo (A2.3):

- 3: Varios alumnos expresaron el procedimiento completo, en forma generalizada; el vocabulario técnico es bien empleado en la mayoría de las veces.
- 2: Varios alumnos expresaron el procedimiento completo, aunque solamente para casos particulares, o solo expresaron en forma generalizada una parte del procedimiento. Hay impresiones en el manejo del vocabulario técnico, pero que no afectan el contenido.
- 1: Algunos expresaron parte del procedimiento para casos particulares, no generalizaron ningún paso; usaron ocasionalmente el vocabulario técnico o fueron significativas las imprecisiones en su empleo.
- 0: No expresaron el procedimiento, expresaron algún paso en casos particulares; predominó el no uso del vocabulario técnico.

Clima afectivo y de comunicación entre iguales durante el trabajo de obtención o ampliación de la sucesión de los pasos de cálculo (A2.4):

- 3: Se apreció satisfacción o placer al realizar la actividad. En todos se apreció de algún modo el deseo de responder al maestro o de exponer sus ideas sin que el maestro preguntara. Ante la demanda para exponer resultados lo hicieron sin imposición.
- 2: Se apreció en general un clima de satisfacción durante el desarrollo de la actividad. La mayoría de los alumnos reflejó el deseo de exponer sus resultados o sus ideas.
- 1: Pocos alumnos reflejaron satisfacción en lo que hacen. Muy pocos de ellos se mostraron deseosos de exponer sus resultados.
- 0: La exposición de resultados se debió a la imposición del maestro sobre algunos alumnos.

ACLARACIONES:

- 1- Previo a la observación de la clase el investigador se informará con el maestro (la maestra) sobre el diagnóstico de sus alumnos a fin de conocer si tiene o no en su grupo algún alumno con retraso mental u otra discapacidad que le afecte el aprendizaje. En caso de que exista, el observador conocerá cuál es ese alumno a fin de no tenerlo en cuenta al dar evaluaciones a los indicadores relacionados directamente con la actividad de los alumnos.
- 2- De cada clase observada se hará el registro estadístico por indicadores y categorías con vistas a la elaboración de la distribución de frecuencias general respecto a todas las clases observadas.

ANEXO 3: Guía para la revisión de las libretas de los alumnos.

Objetivo: Constatar la evidencia escrita de la actividad de los alumnos durante el proceso de presentación o ampliación de los procedimientos de cálculo escrito.

Fecha: \_\_\_\_\_ Escuela \_\_\_\_\_

Asunto de la clase: \_\_\_\_\_

Aspectos a medir:

- 1.- Tipología de la clase según el tratamiento dado al procedimiento
  - a) De introducción (presentación) \_\_\_\_\_
  - b) De ampliación \_\_\_\_\_
- 2.- ¿Qué producto dejan en sus libretas? Marcar con X.



- a) ☐ El ejemplo de ejercicio de cálculo dado por el maestro (o los ejemplos) durante la presentación (o ampliación)
- b) ☐ Un ejemplo tomado por sí mismo (puede ser creado por el propio alumno o tomado del libro de texto, del cuaderno de trabajo o de otra fuente)
- c) ☐ Los pasos del procedimiento o el nuevo paso ampliado
- d) ☐ Alguna nota de clase referida al procedimiento.
- e) ☐ Nada

3.- En caso de que en las libretas de los alumnos hayan quedado los pasos del procedimiento o el nuevo paso ampliado, marcar con X:

3.1: Motivo

- a) ☐ El maestro indicó que lo escribieran (copiando de alguna fuente o al dictado)
- b) ☐ El maestro indicó que lo escribieran, pero no les dio la fuente de dónde tomarlo
- c) ☐ El alumno lo hizo por iniciativa propia

3.2: Calidad de la descripción del procedimiento cuando ha ocurrido b) o c) de 3.1.

- a) ☐ Generalizado
- b) ☐ Completo
- c) ☐ Tiene el vocabulario técnico adecuado

ANEXO 4: Guía para el análisis de los planes de las clases en las cuales se trabajó en la obtención o ampliación de los procedimientos de cálculo escrito.

Objetivo: Valorar la concepción didáctica para la obtención o ampliación de los procedimientos de cálculo escrito expuesta en el plan de clases, atendiendo a la secuencia lógica y a la suficiencia de la metodología seguida y la propuesta.

Fecha: \_\_\_\_\_ Escuela \_\_\_\_\_

Asunto de la clase: \_\_\_\_\_

Aspectos a medir:

1.- Tratamiento dado al procedimiento:

a) Introducción (obtención) ☐

b) Ampliación ☐

- ¿Coincidió la actividad de obtención o ampliación planificada con la clase desarrollada? (Sí ☐ No ☐)

2.- Formulación del objetivo de la clase.

a) ¿Está en función de los alumnos? Sí ☐ No ☐

b) ¿Qué habilidad específica se ha propuesto para los alumnos?

c) ¿Incluye la habilidad describir el procedimiento, ya sea como la habilidad principal o como una condición para ejecutar el procedimiento? Sí ☐ No ☐

3.- Método de enseñanza para la obtención del procedimiento o de su ampliación 3.1.- Declarado explícitamente.

a) ☐ Se da el procedimiento (Especificar la variante que se previó: si método puramente expositivo o mediante entrega directa del procedimiento (en soporte manuscrito, impreso o electrónico) acompañado de indicaciones para aplicarlo.

b) ☐ Elaboración conjunta

c) \_\_\_\_Búsqueda independiente

d) \_\_\_\_Otro ¿Cuál? \_\_\_\_\_

3.2.- Estructurado en el plan de clase: \_\_\_\_\_

4.- Secuencia lógica de las acciones metodológicas planificadas

	0	1	2	3
Orientación para el trabajo de obtención o ampliación de la sucesión de pasos de cálculo				
Dirección de los procedimientos del método aplicado para la obtención o ampliación de la sucesión de pasos de cálculo				
Control de la actividad de los alumnos y atención diferenciada durante la obtención de la sucesión de los pasos de cálculo o su ampliación				

Criterios para asignar los valores a los indicadores del aspecto 4.

**3:** Se explicitan las acciones metodológicas. Están debidamente concatenadas, por lo cual conforman un sistema.

**2:** Faltan acciones metodológicas lo cual afecta el carácter sistémico; pero las planificadas son coherentes.

**1:** Sólo están planificadas algunas acciones metodológicas y está afectada la coherencia entre ellas.

**0:** No están planificadas las acciones metodológicas.

5.- Suficiencia de las acciones metodológicas planificadas

	0	1	2	3
Orientación para el trabajo de obtención o ampliación de la sucesión de pasos de cálculo				
Dirección de los procedimientos del método aplicado para la obtención o ampliación de la sucesión de pasos de cálculo				
Control de la actividad de los alumnos y atención diferenciada durante la obtención de la sucesión de los pasos de cálculo o su ampliación				

Criterios para asignar los valores a los indicadores del aspecto 5

**3:** Son suficientes las acciones metodológicas planificadas. Su formulación es clara y concreta, por lo que pueden conducir al resultado esperado.

**2:** Pudieran resultar suficientes las acciones metodológicas planificadas, pero faltan elementos en su formulación, los cuales se dan por sobreentendidos.

**1:** Faltan acciones metodológicas necesarias o elementos sin los cuales se deja lugar a la improvisación en el momento mismo de la clase.

**0:** No están planificadas las acciones metodológicas o están enunciadas las más generales; en ningún caso se explicitan los elementos específicos que se van a proponer a los alumnos.

6.- Correspondencia entre el desarrollo de la clase (ya observada) y el método planificado.

a) Sí \_\_\_\_ No \_\_\_\_

b) Método Planificado: \_\_\_\_\_ Método aplicado: \_\_\_\_\_

ANEXO 5: Prueba pedagógica aplicada durante el estudio exploratorio.

Objetivo: Constatar en los alumnos de tercer grado los indicadores *descripción* y *realización* de los procedimientos de cálculo escrito.

BATERÍA A

1.- Completa escribiendo lo que falta:

- Para calcular mediante el procedimiento escrito de la adición yo lo hago así:

---

---

---

---

---

2.- Calcula realización

a)  $425 + 361$       b)  $854 + 127$       c)  $5\,743 + 482$

BATERÍA B

1.- (El mismo enunciado de la Bateria A, pero sobre la sustracción)

2.- Calcula

a)  $738 - 512$       b)  $953 - 216$       c)  $3\,840 - 576$

BATERÍA C

1.- (El mismo enunciado de la Bateria A, pero sobre la multiplicación)

2.- Calcula

a)  $103 \cdot 3$       b)  $316 \cdot 4$       c)  $172 \cdot 5$

**Metodología para la aplicación:**

1. Intercambiar con los alumnos sobre cómo ellos calculan, preguntarles si saben o no cuándo se trata de procedimiento escrito, invitarles a responder una prueba muy fácil sobre procedimiento escrito.
2. Para la pregunta 1) se les aclara que escribirán los pasos que siguen al calcular, que esos pasos seguramente ellos los expresan de forma oral cuando van a la pizarra o el maestro (la maestra) les pregunta, pero que ahora deben decirlos en forma escrita.
3. Garantizar que el trabajo de cada alumno no sea compartido con otro.

**Clave para la evaluación:**

Describir el procedimiento:

**5:** Descripción generalizada, completa y con un vocabulario técnico adecuado.

**4:** Descripción generalizada, completa y con insuficiencias no esenciales en el vocabulario técnico.

**3:** Descripción generalizada e incompleta, sin insuficiencias esenciales en el lenguaje técnico, o descripción no generalizada, pero completa y con un vocabulario técnico adecuado.

**2:** Descripción generalizada, incompleta, con insuficiencias esenciales en el lenguaje técnico.

**1:** Descripción inicialmente generalizada, pero muy incompleta, o no generalizada e incompleta. Está muy afectado el uso del vocabulario técnico.

**0:** No describe el procedimiento.

Para hacer el análisis de los elementos del conocimiento:

Del cálculo

- No domina algún ejercicio básico (o algunos)
- No tiene en cuenta el sobrepaso
- Coloca mal los términos
- No calcula en el orden correcto

De la descripción del procedimiento

- No lo expresa en forma generalizada (carácter generalizado), sino para casos particulares, pudiendo ser uno de los ejercicios de cálculo de la prueba.
- No describe algunos pasos del procedimiento (completitud)
- No describe con un vocabulario adecuado (uso del vocabulario técnico).

Cada habilidad (calcular y describir) será evaluada en una escala de **0** a **5**; se considera aprobado si la evaluación es **3**, **4** o **5**, en los demás casos se está desaprobado.

Ejecutar el procedimiento (Calcular):

**5:** No hay errores de ningún tipo

**4:** Hay a lo sumo un error de cálculo.

**3:** Tiene a lo sumo dos errores de cálculo o un único error de procedimiento.

**2:** Hay hasta tres errores de cálculo que afectan al menos dos de los ejercicios comprobados o hay dos errores de procedimiento.

**1:** Hay más de tres errores de cálculo o menos de tres errores de cálculo y dos errores de procedimiento

**0:** Sobrepasa los errores comprendidos para **1**.

## ANEXO 6: Cuestionario de la encuesta a maestros.

Objetivo: Obtener información acerca de los conocimientos que tienen los maestros en ejercicio del primer ciclo sobre el proceso de obtención de los procedimientos de cálculo escrito y en especial sobre el método de búsqueda independiente respecto a ese proceso.

### Demanda

Compañero maestro:

Solicitamos su colaboración en un trabajo investigativo sobre la aplicación de variantes metodológicas para la obtención de los procedimientos de cálculo en tercer grado. Al responder el siguiente cuestionario usted nos dará una valiosa ayuda. Le garantizamos su anonimato y que los resultados solo serán utilizados con el fin antes declarado.

Muchas gracias.

### Cuestionario

1.- La bibliografía especializada recomienda tres métodos para el proceso de obtención de los procedimientos de cálculo (A, B y C):

A- El maestro da el procedimiento ya elaborado.

B- El procedimiento se elabora conjuntamente.

C- El procedimiento es hallado mediante búsqueda independiente por los alumnos.

1.1- De acuerdo a la aplicación que Usted hace de esos métodos, marque con una X la opción que más se ajusta a su experiencia:

Métodos	Frecuencia de uso		
	Siempre	Casi siempre	Algunas veces
A			
B			
C			

1.2- Exprese en no más de tres líneas qué significa para Usted: *el procedimiento es hallado mediante búsqueda independiente por los alumnos*.

2- Por su experiencia, al trabajar con las recomendaciones que aparecen en las Orientaciones Metodológicas de Matemática (OMM) de tercer grado, para la obtención de los procedimientos de cálculo, ¿para cuál método, predominantemente, se dan recomendaciones didácticas?

a) ☐ Dar el procedimiento ya elaborado.

b) ☐ Elaborar el procedimiento conjuntamente.

c) ☐ Hallarlo mediante búsqueda independiente de los alumnos.

d) ☐ No se aprecia el predominio de un método.

3- ¿Ha preparado alguna vez la obtención de un procedimiento de cálculo mediante el método de búsqueda independiente, ya sea para su clase o para otro tipo de actividad?

a) ☐ Sí

b) ☐ No

3.1- ¿Qué opinión le merece el proceso de obtención del procedimiento de cálculo mediante el método de búsqueda independiente, lo haya o no planificado?

a) ☐ Es realizable por los alumnos y productivo para su aprendizaje

b) ☐ Es difícil para los alumnos, pero productivo para su aprendizaje

- c) ☐ Es realizable por los alumnos, pero poco productivo para su aprendizaje
  - d) ☐ Es difícil para los alumnos y poco productivo
  - e) ☐ Otra opinión, ¿cuál? \_\_\_\_\_
- 

4- Sobre las posibilidades de aplicación del método de búsqueda independiente para obtener los procedimientos de cálculo en tercer grado:

4.1- Usted considera que: (puede marcar más de una opción)

- a) ☐ Es aplicable para obtener todos los procedimientos de cálculo.
- b) ☐ Es aplicable para obtener algunos procedimientos de cálculo.
- c) ☐ No es aplicable para ningún procedimiento de cálculo.
- d) ☐ Es aplicable para escolares de alto rendimiento y no en grupos completos.
- e) ☐ Es aplicable en grupos de alumnos con aprendizaje medio o alto.
- f) ☐ No es aplicable con escolares pequeños como los de tercer grado.
- g) ☐ No puedo opinar por falta de conocimiento sobre ese método o por falta de experiencia en su aplicación.

4.2- En caso de que Usted haya marcado alguna opción de la b) a la f) exprese al menos una razón que fundamente su punto de vista

5- Analice esta situación probable y marque una de las opciones dadas: A Usted le han dado la tarea de preparar una clase demostrativa con sus alumnos para la obtención del procedimiento de cálculo escrito mediante el método de búsqueda independiente para la preparación metodológica de su colectivo de ciclo, entonces:

- a) ☐ Le resultará relativamente fácil porque dispone de materiales didácticos o metodológicos donde consultar sobre ese método.
- b) ☐ Será para Usted una tarea difícil porque no dispone de fuentes didácticas o metodológicas para consultar sobre el método de búsqueda independiente.
- c) ☐ Indaga con otros docentes o especialistas cómo prepararla bajo la condición de que ese método se cumpla y trata de cumplir la tarea.
- d) ☐ No acepta la tarea porque no se siente preparada.

6- Piense en semejanzas y diferencias entre los métodos de *elaboración conjunta (EC)* y *búsqueda independiente (BI)* para la obtención de los procedimientos de cálculo en cuanto al modo de desarrollarlos con sus alumnos.

a) ¿Cuál consideraría como su principal semejanza? \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

b) ¿Cuál consideraría como su principal diferencia? \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

c) ¿Cuál consideraría más ventajoso? ¿Por qué? \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

## ANEXO 7: Cuestionario de la entrevista a directivos y metodólogos

Objetivo: Complementar la información recogida mediante otros métodos empíricos acerca del proceso de obtención de los procedimientos de cálculo escrito y sobre los resultados que se constatan en la práctica escolar en cuanto al dominio, por los alumnos, de las habilidades *calcular* utilizando estos procedimientos y *describir* los pasos que siguen.

### Parte inicial de la entrevista:

Se establecerá un primer intercambio con el entrevistado para crear la empatía necesaria y confirmar la solicitud de colaboración en un trabajo investigativo sobre la obtención de los procedimientos de cálculo escrito en tercer grado, además de reflexionar también sobre los resultados que obtienen los alumnos en el dominio de algunas habilidades relacionadas con ese contenido y cómo en ello pudiera estar influyendo el modo de obtener la sucesión de pasos correspondiente. Se le agradecerá por adelantado la ayuda y se le garantizará que los puntos de vista y posiciones asumidas solo serán utilizados con el fin antes declarado.

En la parte inicial se les pedirán algunos datos personales, desde el punto de vista profesional, a fin de crear empatía para pasar a la parte fundamental de la entrevista.

### Cuestionario

- ¿Cuál es su especialidad como licenciado en Educación?
- ¿Qué labor ejerce en estos momentos?
- ¿Cuántos años de experiencia profesional tiene?
- ¿Y cuántos relacionados con la enseñanza aprendizaje de la Matemática en la escuela primaria? ¿Qué ha hecho o cuáles han sido sus principales experiencias en tal sentido?

### Parte fundamental:

1.- Se ha constatado que un por ciento significativo de los alumnos de tercer grado no llegan a tener suficiente dominio de los procedimientos de cálculo escrito, por ejemplo en el de la sustracción. ¿Coincide usted al respecto? ¿A qué causas Usted le atribuye eso en caso de considerarlo así también?

2.- Cuando hablamos de que un alumno domine los procedimientos de cálculo escrito debemos pensar que no se trata solo de calcular rápido y seguro, sino también de explicar el procedimiento que sigue e, incluso, poder fundamentar por qué lo hace de ese modo. De acuerdo a las observaciones que Usted ha hecho visitando clases en las cuales se obtienen o amplían los procedimientos, ¿les dan los maestros suficiente tratamiento a la descripción y explicación de los procedimientos de cálculo escrito? Argumente su punto de vista.

3.- De acuerdo a su experiencia en el trabajo metodológico y de control que ha realizado con los maestros, refiérase a los métodos de enseñanza aprendizaje que frecuentemente se emplean en la obtención de los procedimientos de cálculo escrito:

cuáles son esos métodos; si se pudiera hablar de tendencia, ¿cuál es la tendencia en su aplicación? ¿Cómo son los resultados de su aplicación? En fin, cualquier otra opinión que considere al respecto.

4.- Mediante la observación de clases y el intercambio con maestros que trabajan tercer grado – o que lo han hecho-, se ha constatado que la obtención de los procedimientos de cálculo en la escuela nunca se hace mediante el método de búsqueda independiente. ¿Tiene Usted también esa opinión? De tenerla, ¿cuál puede ser la causa principal de que ese proceso no se conciba mediante ese método?

5.- ¿Qué Usted recomendaría para mejorar el estado actual del proceso de obtención de los procedimientos de cálculo escrito por los alumnos? Tenga en cuenta que esa obtención significa esencialmente que los alumnos hallen por sí solos el procedimiento de cálculo.

#### Parte final:

Compartir brevemente algunos puntos de vista con los cuales coinciden entrevistador y entrevistado sin asumir posiciones absolutistas ni comprometedoras respecto a los posibles resultados de la investigación. Agradecer una vez más la colaboración y brindar ayuda para cuando se necesite por el entrevistado.



## ANEXO 8: Cuestionario para la consulta de especialistas

Objetivo: Valorar el modelo didáctico propuesto para la obtención de los procedimientos de cálculo escrito mediante el método de búsqueda independiente a partir de la consideración de los especialistas consultados.

Compañero:

El presente cuestionario se le ha entregado con el propósito de que Usted valore determinados aspectos de un modelo didáctico propuesto para la obtención de los procedimientos de cálculo mediante el método de búsqueda independiente en tercer grado. Ese modelo se anexa a este cuestionario acompañado también de una posible estrategia que han de tener en cuenta los maestros ante la posibilidad o no de aplicar el modelo en la práctica.

Le pedimos su colaboración para tener criterios acerca de la validez del contenido del modelo, por eso se le sugiere seguir las siguientes indicaciones:

1. Analice cuidadosamente el modelo y reflexione acerca de sus fundamentos, principios y demás componentes; luego lea la estrategia que se propone para su aplicación.
2. Seguidamente valore el modelo que se le ha presentado y evalúe los aspectos que aparecen en la tabla al final de este mismo documento.
3. Para evaluar utilice la siguiente escala  
**0:** Inapropiado  
**1:** Poco apropiado  
**2:** Apropiado  
**3:** Muy apropiado
4. Si desea argumentar la evaluación dada a cualquiera de los aspectos del modelo contenidos en la tabla o quiere opinar sobre alguna otra cuestión acerca del modelo que haya sido de su interés puede expresarlo por escrito o personalmente con el autor.

Aspectos del modelo a evaluar	Valores para evaluar			
	0	1	2	3
Pertinencia (Es oportuno, apropiado, procedente)				
Fundamentos teóricos que sustentan el modelo				
Principios que rigen el modelo				
Perspectiva dada a la actividad del maestro				
Perspectiva dada a la actividad de los alumnos				
Metodología contenida en el modelo				
Precisiones metodológicas sobre la evaluación del modelo				
Factibilidad (Es posible su aplicación)				
Posibles efectos en el aprendizaje de los alumnos				

ANEXO 9: Prueba de entrada para grupos de experimento y de control

Objetivo: Constatar el estado inicial de los grupos que serán tomados como de experimento y de control a fin de constatar homogeneidad entre ellos.

Temario:

1.- Observa los sumandos, son números impares. Observa las sumas, ¿a qué conclusión llegas?

$$9 + 7 = 16$$

$$23 + 5 = 28$$

$$51 + 13 = 64$$

2.- Completa:

Cuando yo adiciono dos múltiplos de 10 lo hago así:

---

---

---

---

3.- Resuelve:

a) La suma de dos números es 90, uno de los sumandos es 60. Halla el otro sumando

b)  $84 - 53$

c)  $459 + 2\ 134$

Metodología: Antes de entregar la prueba se conversará para crear un ambiente favorable y predisponerlos para buenos resultados.

- Se repasará qué son los números pares e impares y cuáles son los términos de la adición, eso es necesario para la pregunta 1, en la cual lo que interesa es medir cuántos llegan a generalizar una característica del objeto observado.

- Para la pregunta dos primero se les pedirá que digan los múltiplos de 10 menores que 100 y luego se les dirá que con esos múltiplos vienen adicionando desde primer grado, pero que ahora de lo que se trata es de que escriban los pasos que siguen al adicionarlos, que esos pasos seguramente ellos los han dicho muchas veces de forma oral cuando van a la pizarra o el maestro (la maestra) les pregunta, pero que ahora deben decirlos en forma escrita.

- Para la pregunta 3 se les dirá que deben dejar por escrito el cálculo del inciso a).

Clave para la calificación Se aplicará la escala de 5 a 0 según los resultados especificados a continuación.

Pregunta 1:

5: Si los dos sumandos son números impares entonces la suma es un número par.

4: Si los sumando son impares la suma es par.

3: Todas las sumas son pares (se obvian las condiciones, pero se generaliza)

2: Generalizan cualquier otra característica de la suma, pero no la que se espera.

1: Expresan cualquier idea, pero sin generalización alguna respecto a la suma

**0:** No responde nada

Pregunta 2:

**5:** Descripción generalizada, completa y con un vocabulario técnico adecuado.

**4:** Descripción generalizada, completa y con insuficiencias no esenciales en el vocabulario técnico.

**3:** Descripción generalizada e incompleta, sin insuficiencias esenciales en el lenguaje técnico, o descripción no generalizada, pero completa y con un vocabulario técnico adecuado.

**2:** Descripción generalizada, incompleta, con insuficiencias esenciales en el lenguaje técnico.

**1:** Descripción inicialmente generalizada, pero muy incompleta, o no generalizada e incompleta. Está muy afectado el uso del vocabulario técnico.

**0:** No describe el procedimiento.

Pregunta 3:

**5:** Las tres soluciones correctas

**4:** Las dos primeras soluciones correctas y solo un error de cálculo en la tercera

**3:** Primera solución correcta, mal la segunda y solo un error de cálculo en la tercera.

**2:** Primera solución incorrecta y un error en la tercera

**1:** Solamente una solución correcta y en la tercera hay errores de cálculo y de procedimiento.

**0:** Ninguna solución correcta

ANEXO 10: Plan temático para la capacitación de los maestros de los grupos de experimento.

Objetivo: Capacitar a maestros de tercer grado para llevar a efecto la validación de las Orientaciones Metodológicas para la obtención de los procedimientos de cálculo escrito de la sustracción y la multiplicación mediante el método de búsqueda independiente.

Sumario:

- 1.- Los procedimientos de cálculo escrito en tercer grado: lugar que ocupan en el currículo de la asignatura y su importancia en el cumplimiento de los objetivos del grado.
- 2.- Fases del tratamiento de los procedimientos escritos, vistos estos como sucesiones de indicaciones de carácter algorítmico. La fase de obtención de los procedimientos.
- 3.- El método de búsqueda independiente como un método para la obtención de los procedimientos de cálculo escrito: sus aspectos externos e internos.
- 4.- Un modelo para el proceso de obtención de los procedimientos de cálculo mediante el método de búsqueda independiente: componentes y relaciones fundamentales.
- 5.- Acerca de la metodología contenido en modelo del proceso de obtención de los procedimientos de cálculo mediante el método de búsqueda independiente. Su aplicación al cálculo escrito.
- 6.- Análisis de las Orientaciones Metodológicas para el proceso de obtención de los procedimientos de cálculo escrito de la sustracción y la multiplicación mediante el método de búsqueda independiente.
- 7.- Taller metodológico previo a la puesta en práctica de las Orientaciones Metodológicas analizadas.

Planificación del contenido por sesiones de capacitación:

Primera sesión: Temáticas 1 y 2.

Segunda sesión: Temática 3

Tercera sesión: Temática 4

Cuarta sesión: Temática 5

Quinta sesión: Temática 6

Sexta sesión: Temática 7

## ANEXO 11: Recomendaciones metodológicas para la obtención de los procedimientos de cálculo escrito de la sustracción y la multiplicación mediante búsqueda independiente.

### *Introducción*

Tradicionalmente los procedimientos de cálculo, con independencia de su tipo, han sido presentados en las clases de Matemática de la escuela primaria por medio de los métodos expositivo y de elaboración conjunta. Estas recomendaciones metodológicas tienen como finalidad poner en manos de los maestros un material que les ayude en la concepción y dirección del proceso de obtención de los procedimientos de cálculo escrito de la sustracción y la multiplicación aplicando otro método: el de búsqueda independiente.

La elaboración de estas recomendaciones metodológicas ha tenido fundamentos teóricos y prácticos estrechamente asociados a las exigencias del Modelo de escuela primaria cubana actual. Para que cumplan su propósito, los maestros que las apliquen deben respetar al máximo posible las siguientes consideraciones generales:

1. El maestro siempre confiará en que **los alumnos pueden**, hasta los de un aprendizaje más lento; corresponde a él ser capaz de estimular y poner en funcionamiento las potencialidades de cada uno.
2. El maestro no adelantará nunca aquel conocimiento que los alumnos pueden descubrir por sí solos; a él le corresponde facilitar las herramientas para que las ideas de ellos tomen forma y se exterioricen para ser compartidas y perfeccionadas.
3. Los alumnos no son máquinas, sino seres pensantes que sienten, se emocionan, comparten, valoran, se autovaloran, crean y se proponen sus propias metas. El maestro es el actor para impulsar las mejores manifestaciones internas y externas de esas cualidades psicosociales, para que afloren en bien individual y colectivo.
4. Tener siempre presente la máxima dejada por un eminente maestro cubano: el mayor mérito de un maestro es hablar en voz de sus alumnos. Pero hablar y pensar son dos actos que forman una unidad dialéctica, y el maestro ha de crear las condiciones para que ambas acciones se manifiesten como resultado de la actividad cognoscitiva independiente de cada alumno.

Recuerden los maestros que “gran bendición sería, si las escuelas fuesen (...) casas de razón donde con guía juiciosa se habituase al niño a desenvolver su propio pensamiento, y se le pusiera delante, en relación ordenada, los objetos e ideas, para que deduzca por sí las lecciones directas y armónicas que le dejan enriquecido con sus datos, a la vez que fortificado con el ejercicio y el gusto de haberlos descubierto”\*.

### **Recomendaciones metodológicas para la obtención del procedimiento de la sustracción escrita**

#### *Preparación para la sustracción escrita*

Se dedicará una clase para la preparación de los alumnos con vistas a la obtención del procedimiento de cálculo escrito de la sustracción y en ella se hará un repaso para garantizar las condiciones previas siguientes:

---

\* Martí, José. Ideario Pedagógico. Imprenta Nacional de Cuba. La Habana. 1961. p. 43

### Conocimientos:

- Términos de la sustracción y relaciones entre ellos, fundamentalmente el carácter de suma del minuendo.
- Posibilidad de realizar la sustracción.
- Pasos del procedimiento escrito de la adición (expresarlos de modo general, no en casos particulares)

### Habilidades:

- Cálculo de los ejercicios básicos de sustracción y fundamentación de ellos mediante la adición.
- Calcular oralmente sumas y diferencias como  
 $42 + 31$ ;  $73 - 31$ ;  $273 + 124$ ;  $397 - 124$
- Comprobar mediante la adición diferencias calculadas.

Lo fundamental de esta clase será resolver ejercicios sobre las operaciones de adición y sustracción en forma independiente.

Se proponen los siguientes ejercicios, para los cuales se ofrecen recomendaciones.

1.- Halla la diferencia y fundaméntala mediante la adición.

$4 - 1$ ;  $6 - 2$ ;  $7 - 3$ ;  $8 - 5$ ;  $9 - 4$ ;  $9 - 6$ ;  $6 - 6$ ;

Este es un ejercicio oral. El maestro puede agregar otros, incluso algunos ejercicios básicos de sustracción con sobrepaso, pero lo esencial es la fundamentación mediante la adición.

2.- Escribe las igualdades de sustracción que se pueden formar de la suma  $42 + 36$ . Después completa esta afirmación:

Un sumando lo convertí en \_\_\_\_\_ y el otro en \_\_\_\_\_. La suma la utilicé como \_\_\_\_\_.

Es necesario que los alumnos reconozcan **qué se pide** y **qué se da**, se deben dar cuenta de que primero hay que calcular la adición y que deben escribir los términos de la sustracción en las líneas en blanco.

3.- ¿Cuáles de las sustracciones siguientes no tienen solución? ¿Por qué?

a)  $48 - 13$     b)  $48 - 48$     c)  $48 - 52$     d)  $48 - 60$

No es necesario calcular, aunque pudiera hacerse; lo imprescindible es que fundamenten por qué los ejercicios seleccionados no tienen solución. Para dejar concluida la solución del ejercicio se les debe preguntar: ¿Cuándo tiene solución la sustracción?

4.- Calcula mentalmente.

a)  $26 + 31$ ;    b)  $43 + 52$     c)  $74 - 31$     d)  $86 - 52$   
e)  $214 + 300$ ;    f)  $435 + 120$     g)  $325 + 241$     h)  $643 + 314$   
i)  $645 - 200$ ;    j)  $536 - 310$     k)  $657 - 132$     l)  $764 - 231$

Es importante que los alumnos expresen oralmente los pasos de la adición y sustracción de dos números de dos lugares sin sobrepaso (están en el recuadro), para lo cual cuando respondan los ejercicios a) hasta d) se les preguntará cómo calcularon; en la libreta pueden o no dejar los pasos parciales, depende del grado de desarrollo de la habilidad alcanzado por cada alumno. Esos pasos se transfieren a la adición y sustracción de números de tres lugares en los restantes ejercicios, basta añadir un

paso más que sería ahora el primero: Reconozco en el segundo término el múltiplo de 100 y lo adiciono (sustraigo).

Pasos para la adición (sustracción) oral de números de dos lugares:

1. Reconozco en el segundo término el múltiplo de 10
2. Adiciono (sustraigo) ese múltiplo al primer término
3. Adiciono (sustraigo) ahora el número de un lugar del segundo término.

5.- ¿Cuáles son los pasos del procedimiento escrito de la adición? Comprueba mediante la adición escrita las diferencias calculadas en j; k; l.

Es importante que en este ejercicio varios alumnos expresen de memoria los pasos de la adición escrita:

Pasos del procedimiento escrito de la adición:

1. Escribo los sumandos uno debajo del otro como en la tabla de posiciones y subrayo.
2. Calculo la suma en cada lugar comenzando por las unidades y la escribo en ese mismo orden.
  - Cuando haya sobrepaso de 10 escribo la cifra de la derecha de esa suma y adiciono 1 al próximo lugar.
3. Controlo volviendo a calcular.

### *Sustracción escrita sin sobrepaso*

La clase siguiente, cuyo propósito será la obtención del procedimiento de la sustracción escrita, se iniciará motivando la necesidad de ocuparse de ese procedimiento, para lo cual puede seguirse la idea sugerida en las Orientaciones Metodológicas de Matemática de tercer grado, del MINED. Inmediatamente después se orienta el objetivo y se da paso a la parte fundamental.

El objetivo que debe quedar planteado es describir cómo se hace la sustracción escrita de números de tres y cuatro lugares sin sobrepaso, es decir, sus pasos.

La parte fundamental de la clase se realizará con el empleo de la hoja de trabajo 1. A cada alumno se le entregará la suya, luego se procederá así:

- Se les indicará leerla íntegramente antes de empezar el trabajo.
- Comenzarán por la indicación 1, una vez realizada pasan a la 2 y así hasta concluir las todas.
- El maestro observará cómo avanzan y si es necesario da colectiva o individualmente ayudas para cada indicación. Ejemplos de ayudas aparecen a continuación de la hoja de trabajo organizadas de modo que el nivel de exigencias contenido en ellas va decreciendo.

## HOJA DE TRABAJO 1

Orientación: Con estas tareas debes llegar a **describir el procedimiento de la sustracción escrita sin sobrepaso, es decir, plantear los pasos para realizarla**. Para que tengas éxito lee bien cada actividad, trata de comprenderla y después resuélvela.

1-. Calcula primero oralmente y después en forma escrita.

a)  $42 + 34$

b)  $314 + 251$

2-. Calcula oralmente. Comprueba mediante la adición escrita que el resultado es correcto.

a)  $58 - 27$

b)  $683 - 451$

3-. ¿Has pensado si para la sustracción se puede proceder con pasos similares a los de la adición escrita? Lo vas a averiguar ahora.

Observa en la primera igualdad qué dígito corresponde a las unidades y busca la relación que tiene con los otros dos dígitos que ocupan ese orden.

Haz lo mismo para las decenas.

Haz de nuevo lo mismo en la otra igualdad.

Saca una conclusión, no la escribas aún.

4-. Comprueba en esta igualdad la conclusión a la que llegaste. Escribe después la igualdad en forma de procedimiento escrito.

$$746 - 234 = 512$$

5-. Escribe los pasos del procedimiento escrito de la sustracción sin sobrepaso.



Posibles ayudas que dará el maestro según necesidades:

Para la indicación 1:

A –Recuerda que los pasos del cálculo oral son diferentes a los del cálculo escrito.

B –Recuerda cómo debes descomponer el segundo sumando para calcular oralmente y cómo debes colocar los sumandos para calcular de forma escrita.

C –Ten en cuenta que para calcular oralmente descompones el segundo sumando como suma de múltiplos de 100, 10 y 1 y que en la adición escrita calculas únicamente con los ejercicios básicos.

Para la indicación 2:

A – ¿Qué relación hay entre la adición y la sustracción? Recuerda cómo puedes comprobar que una diferencia está bien calculada.

B –Recuerda que la sustracción es la operación inversa de la sustracción, ten eso en cuenta tanto para calcular la diferencia como para comprobarla.

C –Trata de proceder en el cálculo oral de la sustracción del mismo modo que en el cálculo de la adición. Comprueba con ayuda del procedimiento escrito de la adición.

Para la indicación 3:

A –La conclusión a la que debes llegar se refiere a los pasos que puedes seguir en el procedimiento escrito de la sustracción.

B –Ten en cuenta que la sustracción es una operación relacionada con la adición, trata de reconocer características parecidas entre ellas.

C –Recuerda cómo calculas en la adición escrita, fíjate si hallas algún parecido al analizar la diferencia en las unidades, en las decenas y en las centenas.

Para la indicación 4:

A –Lee de nuevo, se refiere a la conclusión que sacaste en la indicación anterior.

B –Fíjate nuevamente en la relación que puede existir entre los dígitos de cada orden, por ejemplo, observa minuendo, sustraendo y diferencia en las unidades

C – Trata de proceder de la misma manera que se procede en la adición escrita y comprueba si obtienes el mismo resultado que aparece en la igualdad.

Para la indicación 5:

A –Piensa cuántos pasos tendría el procedimiento, escríbelos por separados.

B –Escribe los pasos de forma parecida a como se escriben los de la adición.

C – ¿Cuál será el primer paso? Escríbelo. ¿Cuál será el segundo? Escríbelo. Avanza así hasta escribir el procedimiento completo.

Una vez concluida la última indicación se controla oralmente la calidad y completitud de la sucesión de pasos planteada individualmente, se escuchará a la mayor cantidad posible y finalmente el maestro ayuda a perfeccionar su formulación, pero respetando las ideas personales si son correctas: en esencia: debe de ser la misma para todos, pero el modo de expresarla puede variar en algunos detalles.

Una formulación ideal del algoritmo sería la siguiente, pero esto no significa que deba quedar expresada exactamente así por los alumnos.

Puede ocurrir que los alumnos consideren como paso inicial del procedimiento determinar si el ejercicio tiene solución o no (el minuendo debe ser mayor o igual que el sustraendo), en ese caso se discutirá después de formulada por ellos la sucesión de pasos y se verá como una condición a tener en cuenta antes de empezar a calcular, sugiriéndoles que lo agreguen como el paso inicial. Un modelo del procedimiento buscado es:

- 1.- Determino si es realizable o no la operación.
- 2.- Coloco el sustraendo debajo del minuendo como en la tabla de posiciones
- 3.- Sustraigo (Calculo) en cada lugar, de derecha a izquierda, aplicando los ejercicios básicos de adición o sustracción. Escribo los resultados en ese mismo orden.
- 4.- Controlo adicionando la diferencia y el sustraendo, debo obtener el minuendo.

Si los alumnos lograron llegar a la sucesión de pasos el objetivo se logró, aun cuando no quede tiempo para una primera ejercitación.

Puede proponerse uno o varios ejercicios en forma de términos para la fijación, en dependencia del tiempo que aún quede de la clase y se indicarán otros de tarea para la casa.

En las dos clases siguientes se trata de que los alumnos formen la habilidad de calcular la diferencia sin sobrepaso de números de tres y cuatro lugares, trabajando lo más independientemente posible.

#### *Preparación para la sustracción escrita con sobrepaso*

Es importante que inicialmente el maestro motive la necesidad de las cuatro clases sugeridas para esta preparación, para lo cual se puede proceder así en la primera de ellas:

- Plantearles que comparen estos dos ejercicios de adición y que expresen en qué se parecen y en qué se diferencian.

$$462 + 315$$

$$908 + 749$$

Comparar ahora el ejercicio de sustracción  $859 - 234$  con los dos anteriores y preguntarles a cuál de los dos se parece más y por qué.

Preguntarles: ¿Y habrá sobrepaso en la sustracción escrita? ¿Y en caso de que lo haya, cómo se procedería? El maestro les dirá que sí, que en la sustracción escrita hay sobrepaso y que para responder la segunda pregunta primero tienen que dominar con seguridad los ejercicios básicos de adición y sustracción con sobrepaso, además de otros conocimientos que van a ser tratados en estas cuatro clases.

La primera clase se dedicará al repaso de los ejercicios básicos de adición con sobrepaso mediante ejercicios variados, como los que seguidamente se proponen.

El primer ejercicio en clases que se recomienda es el cálculo oral de todos los ejercicios básicos de adición y sustracción con sobrepaso. Los ejercicios de sustracción los deben fundamentar con los de adición, pero no a la inversa.

Esta actividad el maestro la puede desarrollar a modo de juego o competencia.

Para los alumnos que aún no los hayan memorizado el maestro les puede asignar como tarea para la casa escribirlos todos organizadamente, siguiendo la idea de este ejemplo:

- Ejercicios básicos con suma y minuyendo 11

$$6 + 5 \quad 5 + 6 \quad 11 - 5 \quad 11 - 6$$

$$7 + 4 \quad 4 + 7 \quad 11 - 4 \quad 11 - 7$$

$$8 + 3 \quad 3 + 8 \quad 11 - 3 \quad 11 - 8$$

$$9 + 2 \quad 2 + 9 \quad 11 - 2 \quad 11 - 9$$

El segundo ejercicio consiste en resolver oralmente las igualdades que están en el ejercicio 4 de la página 43 del Cuaderno de Trabajo de Matemática 3, las cuales serán presentadas en tarjetas por el maestro. Además de esas, el maestro se guiará por la serie de ejercicios básicos de adición con sobrepaso anterior y hará más tarjetas, de modo que todos queden ejercitados de esa manera.

El siguiente ejercicio consiste en completar igualdades de adición en las cuales es necesario calcular el ejercicio básico y escribir la decena en el resultado. Lo harán de forma escrita.

- Busca el número que falta

$$7 + 5 = \_2$$

$$6 + 8 = \_4$$

$$9 + 6 = \_5$$

$$2 + 9 = \_1$$

$$5 + 9 = \_4$$

$$8 + 5 = \_3$$

$$6 + 7 = \_3$$

$$7 + 8 = \_5$$

$$4 + 9 = \_3$$

$$9 + 7 = \_6$$

$$4 + 8 = \_2$$

$$7 + 9 = \_6$$

El cuarto ejercicio es el 6 de la página 78 del LT. Además de esas igualdades se plantearán estas:

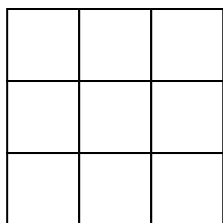
$$1 + 7 + x = 15$$

$$1 + 4 + y = 13$$

$$1 + 8 + z = 12$$

Otro ejercicio posible es completar un cuadrado mágico: colocar en él los números del 1 al 9 de modo que horizontal y verticalmente la suma sea 15.

El propósito de este ejercicio es la reiteración del cálculo de los ejercicios básicos, ahora aplicando una relación de dependencia, dada la condición exigida. Seguramente en el primer intento no tendrán la solución, por lo cual se les debe estimular para continuar buscando la solución.



Para concluir la ejercitación puede realizarse este ejercicio oral:

- ¿En cuál número pensé?

a) Si lo adiciono a 9 obtengo la suma de 7 y 8.

b) Si lo adiciono a 3 obtengo la suma de 5 y 7

c) Si lo adiciono a 6 obtengo la suma de 9 y 5

d) Si lo adiciono a 8 obtengo la suma de 6 y 5

(El maestro puede plantear otras posibilidades)

La segunda clase puede tener como cuestión principal que los alumnos reconozcan que *en una sustracción la diferencia no cambia si le adicionamos al minuendo y al sustraendo el mismo número* y se propone como método fundamental el de elaboración conjunta.

Al plantear el objetivo, el maestro no debe informar ese conocimiento ya que se pretende que sean los niños quienes lleguen a él, en este caso les dirá que van a reconocer una propiedad que se cumple en la sustracción, la cual necesitan para poder realizar la sustracción escrita con sobrepaso.

La clase puede iniciar identificando los términos de la adición y la sustracción en respectivas igualdades planteadas en la pizarra.

- ¿Cuáles son los términos de la adición? ¿Y de la sustracción?
- En  $4 + 9 = 13$  y  $15 - 7 = 8$ , ¿qué números aparecen en esos términos?

Se les debe recordar que  $4 + 9$  es una suma y  $15 - 7$  es una diferencia.

Seguidamente se resuelve oralmente el ejercicio 1 de la pág. 78 del LT.

Después harán el ejercicio 2 de esa misma página en sus libretas.

Cuando lo hayan hecho se les pide que observen las diferencias calculadas y analicen qué característica resulta llamativa en cada serie o inciso. Se les debe dejar que expresen todas las ideas posibles, los más aventajados pudieran llegar a decir que los minuendos y sustraendos van aumentando de 10 en 10, que en a) la diferencia siempre es 3 y que b) siempre es 4. Los demás niños que no lo hayan reconocido ahora lo pueden comprobar.

Es importante que luego todos se concentren en el ejercicio 3; de este, más lo que se hizo en el anterior saldrá la conclusión buscada. Puede ser dirigido así:

1. Lee bien el ejercicio 3.
2. Trabaja primero con las diferencias del inciso a). Cumple las órdenes que hay en el ejercicio: primero comparar los minuendos, luego comparar los sustraendos y por último calcular.
3. ¿Por qué la diferencia no cambió?
4. Haz lo mismo ahora para el inciso b).
5. ¿A qué conclusión podemos llegar?

A esta pregunta los niños responderán inicialmente con algunas imprecisiones, puede que les falte rigor en el lenguaje matemático, pero la idea de lo que deben expresar la tendrán, por tanto se les dejará decirlo, luego el maestro les ayuda a formularla en los términos que está en el LT, pág. 78 en recuadro. Finalmente la leerán.

Se sugiere este primer ejercicio para la fijación de la propiedad :

- Plantea tres diferencias más de modo que todas sean iguales a la primera.

a)  $6 - 4$ ,  $16 - 14$ , \_\_\_\_\_, \_\_\_\_\_, \_\_\_\_\_

b)  $8 - 1$ ;  $18 - 1$ ; \_\_\_\_\_, \_\_\_\_\_, \_\_\_\_\_

c)  $5 - 3$ ;  $15 - 3$ ; \_\_\_\_\_, \_\_\_\_\_, \_\_\_\_\_

Para concluir la clase se les puede plantear.

- Observen estas diferencias. ¿En cuál caso son iguales, en a) o en b)? ¿Por qué? Escriban la respuesta.

a)  $5 - 3$ ,  $9 - 3$ ,  $13 - 3$ ,  $16 - 3$

b)  $6 - 2$ ,  $10 - 6$ ,  $14 - 10$ ,  $18 - 14$

Algunos alumnos leerán a viva voz sus respuestas, los demás pueden comparar las suyas con las leídas.

La tercera clase se podrá dedicar a resolver ejercicios sobre la *propiedad fundamental del sistema de numeración*, ya que ella también es un fundamento matemático para la sustracción escrita con sobrepaso.

En la parte inicial se utilizarán de nuevo las tarjetas con igualdades para cuya solución se deben calcular los ejercicios básicos de adición con sobrepaso, las cuales ya fueron utilizadas en la primera de estas cuatro clases.

Seguidamente el maestro les dirá que para realizar el procedimiento escrito de la sustracción con sobrepaso es importante, además de saber de memoria los ejercicios

básicos, recordar los órdenes de la tabla de posiciones y la relación entre esos órdenes. Por eso harán ejercicios sobre numeración.

Se sugieren estos ejercicios:

1.- Asociar los órdenes y los múltiplos correspondientes.

Para este ejercicio se les pide completar en sus libretas:

Una unidad representa al número \_\_\_\_\_

Una decena representa al número \_\_\_\_\_

Una centena representa al número \_\_\_\_\_

Un millar representa al número \_\_\_\_\_

2.- Identificar los órdenes que ocupa cada dígito en un número. Se hará oralmente, el maestro escribe varios números en la pizarra y da las órdenes:

a) Lee el número.

b) ¿Qué orden ocupa cada dígito? (Si no los recuerdan el maestro les dirá que los órdenes estudiados son unidades, centenas, decenas y millares)

c) ¿Cuánto vale (menciona uno de los dígitos) en ese número?

3.- Asociar los órdenes entre sí teniendo en cuenta la propiedad fundamental del sistema decimal.

Para este ejercicio el maestro escribirá en la pizarra estos dos enunciados:

*Cada 10 unidades de un orden forman una unidad del orden inmediato superior.*

*Cada unidad de un orden contiene 10 unidades del orden inmediato inferior.*

Les indicará leerlos y completar estas ideas, que les serán entregadas por escrito en tarjetas o pequeñas hojas de trabajo:

a) 10 unidades es igual a \_\_\_\_\_

b) 10 decenas es igual a \_\_\_\_\_

c) 10 centenas es igual a \_\_\_\_\_

d) Para tener una decena se necesitan \_\_\_\_\_.

e) Para tener una centena se necesitan \_\_\_\_\_

f) Para tener un millar se necesitan \_\_\_\_\_

4.- Realizar el ejercicio 5 del LT página 78.

Es importante que al ubicar 12 unidades, 14 unidades y 16 unidades en la tabla de posiciones, los alumnos tengan en cuenta que en cada orden solamente se escribe un dígito y se les pedirá que explique por qué debe ser así.

La explicación que deben dar será aproximadamente así: como 10 unidades forman una decena, entonces se escribe 1 en el lugar de las decenas y el otro número, por ejemplo 2 si se trata de 12 unidades, en el lugar de las unidades.

5.- Analiza estos tríos de diferencias.

- ¿En cuáles de ellas se ha adicionado siempre al minuendo y al sustraendo una decena?

- Si al minuendo y al sustraendo adicionas una decena, ¿qué ocurre con la diferencia?

a)  $34 - 2$ ,  $44 - 12$ ,  $54 - 22$

b)  $18 - 4$ ,  $28 - 6$ ,  $30 - 16$

c)  $65 - 13$ ,  $75 - 23$ ,  $85 - 33$

Este ejercicio se puede hacer oralmente y tiene como propósito que los alumnos expresen la propiedad sobre la sustracción aprendida en la clase anterior utilizando ahora el término “decena”, el cual es necesario en la explicación del sobrepaso.

Calcular oralmente ejercicios de sustracción de números de dos lugares con sobrepaso no es un objetivo de tercer grado, pero se considera necesario tratarlo en estas clases de preparación para el procedimiento escrito con sobrepaso, por lo cual es recomendable que en la cuarta clase los alumnos se familiaricen con ese nivel de dificultad y que calculen oralmente la diferencia de dos números de dos lugares con sobrepaso aplicando procedimientos ya conocidos.

La cuarta clase desarrollada de la manera que se sugiere aquí propicia otra experiencia de búsqueda independiente por los alumnos, mejorando así las posibilidades para el trabajo en la clase siguiente.

Como condición previa imprescindible está que los alumnos sepan resolver por la vía del cálculo oral las clases de ejercicios a los cuales pertenecen estos grupos y que expresen los pasos de solución.

- |             |              |              |
|-------------|--------------|--------------|
| a) $34 - 7$ | b) $42 - 10$ | c) $56 - 32$ |
| $65 - 8$    | $58 - 30$    | $47 - 21$    |
| $42 - 3$    | $77 - 40$    | $89 - 45$    |

Estos ejercicios serán planteados en la pizarra y se les indicará resolverlos de ese modo, mediante cálculo oral y luego explicar cómo procedieron.

En el primer grupo es recomendable aplicar la transferencia del ejercicio básico. Sus pasos son:

1. Reconozco el ejercicio básico y lo calculo.
2. Transfiero el ejercicio básico.

Ejemplo:

Si  $14 - 7 = 7$ , entonces  $34 - 7 = 24$

En el segundo grupo igualmente se aplica la transferencia. Ejemplo:

Si  $4 - 1 = 3$ , entonces  $42 - 10 = 32$

En el tercer grupo se aplican pasos parciales.

1. Del minuendo sustraigo el múltiplo de 10 (las decenas) del sustraendo.
2. De la diferencia obtenida sustraigo el múltiplo de 1 (las unidades).
3. Completo la igualdad.

Ejemplo:

$$56 - 30 = 26$$

$$26 - 2 = 24$$

$$56 - 32 = 24$$

Después se les planteará que van a calcular  $62 - 27$  con procedimiento oral, no escrito, pero que antes deben observar bien ese ejercicio para que encuentren en qué se diferencia de los que están en el grupo c).

Deben reconocer que hay sobrepaso, lo cual se ve en el hecho de que si bien el ejercicio tiene solución porque 62 es mayor que 27, de 2 no se puede sustraer 7.

Cuando hayan reconocido eso, el maestro les dirá que pueden utilizar pasos de cálculo ya aprendidos para resolver esos grupos de ejercicios. Se les dejará trabajar solos y los que lleguen a la solución correcta explicarán cómo procedieron, dándoles la tarea de venir a la pizarra y hacerlo para los demás.

El maestro dejará el ejemplo resuelto, mucho mejor si previamente lo explicó un alumno.

$$62 - 27$$

$$62 - 20 = 42$$

$$42 - 7 = 35$$

$$62 - 27 = 35$$

En lo adelante, guiándose por ese ejemplo, calcularán otras diferencias.

a)  $54 - 29$     b)  $72 - 15$     c)  $61 - 38$     d)  $85 - 49$     e)  $93 - 54$

Finalmente el maestro les dirá que estos mismos ejercicios de sustracción con sobrepaso se pueden resolver mediante el procedimiento escrito, el cual es más ventajoso porque se puede calcular más fácilmente cuando los números tienen tres, cuatro o más lugares.

Para la casa puede dejarse esta tarea.

Escribe cómo tú calculas cuando en la adición escrita hay sobrepaso en las unidades.

### *Sustracción con sobrepaso en un lugar*

La clase tendrá como propósito principal que los alumnos expresen cómo proceden cuando hay sobrepaso en las unidades, no es pretensión hacer numerosos ejercicios para formar la habilidad, esto puede lograrse con el trabajo subsiguiente a la ampliación del procedimiento de la sustracción escrita sin sobrepaso.

Como ya se realizaron cuatro clases para la preparación del trabajo de los alumnos con este nuevo nivel de dificultad, no es necesario dedicar mucho tiempo al aseguramiento del nivel de partida, pero en la parte inicial de la clase es recomendable que varios alumnos expresen oralmente la sucesión de pasos de la sustracción escrita sin sobrepaso y alguno de ellos la ejemplifique en la pizarra. Luego, para motivarlos se les plantea calcular estas diferencias:

a)  $648 - 206$     b)  $3\,784 - 3\,52$     c)  **$581 - 245$**

Al realizar el c) surgirá una contradicción, es decir, el problema a resolver. A partir de su análisis se debe declarar la necesidad de ampliar la sucesión de pasos ya conocida para el cálculo escrito de la sustracción.

Para la ampliación del procedimiento aplicando el método de búsqueda independiente es importante que los alumnos comprendan qué se espera de ellos: *describir el procedimiento de la sustracción escrita cuando hay sobrepaso en un lugar*, es decir, van a ampliar uno de los pasos conocidos para realizar la sustracción escrita.

Es necesario aclararles que para ampliar la sucesión de pasos de la sustracción escrita en esta clase se trabajará con números de dos lugares y sobrepaso en un lugar, después, como lo hicieron para la adición, en otras clases se ocuparán del sobrepaso en dos y más lugares con números mayores.

Para ampliar el procedimiento se utilizará la hoja de trabajo 2. Mediante la solución de la tarea y sus indicaciones más las ayudas del maestro los alumnos llegarán a la descripción completa del procedimiento escrito.

Expresar el modo de resolver la dificultad del sobrepaso en la sustracción bajo la condición de que ello sea el resultado del propio pensamiento y no la repetición mecánica de una regla representa una tarea difícil para los alumnos, pero es preferible que lo expresen de manera incompleta o imprecisa y luego ayudarles a perfeccionarla, que ponerlos a repetir lo que no hayan comprendido, de ahí que el maestro propicie que los alumnos avancen hasta concluir la indicación 6 de la hoja de trabajo 2.

## HOJA DE TRABAJO 2

Orientación: Con estas tareas puedes llegar a **describir cómo resuelves la sustracción escrita cuando en el ejercicio hay sobrepaso**. Recuerda leer bien cada actividad, tratar de comprenderla y después realizarla.

1.- Calcula oralmente.

a)  $71 - 56$

b)  $53 - 29$

c)  $94 - 37$

2.- Escribe los ejercicios a, b y c en forma de procedimiento escrito con su resultado debajo.

3.- Comprueba mediante la adición si los resultados son correctos.

4.- Sustituye en cada uno de los siguientes ejercicios los asteriscos por dígitos de modo que el ejercicio resulte correcto. Compruébalo después.

$$\begin{array}{r} 82 \\ - \text{ ** } \\ \hline 46 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 64 \\ - \text{ ** } \\ \hline 35 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{ -- } 95 \\ \text{ -- } \text{ ** } \\ \hline 17 \end{array}$$

5.- Haz lo mismo en los siguientes ejercicios.

$$\begin{array}{r} 71 \\ - 36 \\ \hline \text{ ** } \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 64 \\ - 27 \\ \hline \text{ ** } \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 83 \\ - 59 \\ \hline \text{ ** } \end{array}$$

6.- Completa:

Cuando en una sustracción (que tiene solución) un dígito del minuendo es menor que su correspondiente del sustraendo, resuelvo el ejercicio así:

---

---

---



Una formulación modelo es la siguiente, pero se insiste en que si las ideas escritas por los alumnos son matemática y gramaticalmente correctas se acepten o al menos se respete la originalidad cuanto sea posible.

- 1.- Determino si es realizable o no la operación.
- 2.- Coloco el sustraendo debajo del minuendo como en la tabla de posiciones .
- 3.- Sustraigo (Calculo) en cada lugar, de derecha a izquierda, aplicando los ejercicios básicos de adición o sustracción. Escribo los resultados en ese mismo orden.
  - Si el dígito del minuendo es menor que su correspondiente en el sustraendo , entonces le adiciono 10 a ese dígito del minuendo y calculo con esa suma , luego adiciono 1 al próximo dígito de la izquierda del sustraendo y continúo calculando.
- 4.-Controlo adicionando la diferencia y el sustraendo, debo obtener el minuendo.

En la hoja de trabajo 2 se han considerado minuendos y sustraendos de dos lugares para poder facilitar el trabajo de los alumnos en la obtención del conocimiento, pero los ejercicios que serán resueltos una vez ampliado el procedimiento tendrán números de tres lugares con sobrepaso en las unidades.

El maestro observará cómo avanzan en cada indicación y da la ayuda necesaria colectiva o individualmente. Se recomiendan los siguientes impulsos o ayudas:

Para la indicación 1:

A – Fíjate en este ejemplo (se tiene preparado en la pizarra o en una lámina).

$$\begin{array}{r} 92 - 47 \\ 92 - 40 = 52 \\ 52 - 7 = 45 \\ 92 - 47 = 45 \end{array}$$

B –Ten en cuenta que debes descomponer mentalmente el sustraendo e ir calculando con los resultados parciales.

C –Descompón el sustraendo como en el ejemplo, luego haz el primer paso, fíjate que ahora debes hacer el siguiente paso.

Para la indicación 2:

A –Es muy sencillo lo que debes hacer, léelo de nuevo.

B – ¿Cómo debes colocar los términos cuando se trata del procedimiento escrito?

C –Observa cómo yo voy a hacer el primero, haz tú lo mismo con los otros dos.

Para la indicación 3:

A –Recuerda que se puede comprobar directamente en el ejercicio.

B – ¿Cómo compruebas una diferencia mediante la adición?

C –Ten en cuenta que adicionando la diferencia y el sustraendo debes obtener el minuendo. Lo puedes hacer directamente en el propio ejercicio.

Para la indicación 4:

A –Ten en cuenta la relación entre la adición y la sustracción.

B –Considera cómo procediste para comprobar el resultado según la indicación 3.

C –Piensa que estás comprobando como en la indicación 3 y halla el dígito que falta en cada lugar.

Para la indicación 5:

A –Ten en cuenta cómo procediste en la indicación 4.

B –Considera que hay un sobrepaso, vuelve a la indicación 4 y analiza cómo procediste.

C –Auxíliate de la adición, piensa cuánto debes adicionar en la diferencia para obtener el minuendo. Recuerda la adición escrita con sobrepaso.

Para la indicación 6:

A –Ten en cuenta cómo procediste para resolver los ejercicios de la indicación 5.

B – Para resolver los ejercicios de la indicación 5 tuviste que hacer mentalmente otra operación, ¿cuál fue?, ¿cómo lo hiciste? Es sobre eso que debes escribir.

C – ¿Qué tuviste que hacer mentalmente para que la sustracción en las unidades tuviera solución? ¿Cómo lo tuviste en cuenta al sustraer en las decenas? Trata de expresarla a modo de un texto, escríbelo después.

Al concluir la última de las actividades de la hoja de trabajo, se les permite expresar oralmente sus explicaciones sobre cómo hacer cuando hay sobrepaso. Es importante que el maestro, antes de ese momento de socialización del conocimiento, haya ido por los puestos escuchando individualmente cómo describen la ampliación del paso; ambas vías de control permiten perfeccionar la formulación del procedimiento en los casos necesarios.

Se escucharán la mayor cantidad posible de respuestas y en el perfeccionamiento de su formulación se respetarán las ideas personales si son correctas (en esencia debe de ser la misma para todos, pero el modo de expresarla puede variar en algunos detalles.)

Luego se les preguntará en cuál paso del procedimiento habrá que tener en cuenta la aclaración necesaria y se les orienta escribir el procedimiento de nuevo, pero expresando ahora cómo se procede cuando uno de los dígitos del minuendo es menor que su correspondiente del sustraendo. Se precisa finalmente que ya les quedó de forma completa el procedimiento de la sustracción escrita.

Finalmente se les indica resolver algunos ejercicios.

Sugerencia: ejercicio 2 CT pág. 45 y ejercicio 1 LT pág. 79

En la segunda clase los alumnos deben calcular la sustracción escrita de números de tres y cuatro lugares con sobrepaso en un lugar cualquiera. Predominarán los ejercicios formales para propiciar la repetición del procedimiento para favorecer el desarrollo de la habilidad.

En la parte inicial se reactivará oralmente la sucesión de pasos de la sustracción escrita (ya incluye la condición de que haya sobrepaso) y luego se les motivará sobre la necesidad de realizarlo con rapidez y seguridad, cuestiones que pueden lograr en esta clase.

No es necesario elaborar un nuevo conocimiento, de lo que se trata es de transferir el ya adquirido sobre el sobrepaso en las unidades al sobrepaso en cualquier lugar. Para lograrlo en la parte inicial de la clase se les puede plantear este ejercicio formal:

Sustraer: 482 – 135      **739 – 263**

El maestro les pregunta en cuál lugar está el sobrepaso y les pide que expresen cómo procederían. En lo adelante se trata de ejercitar el procedimiento ya obtenido por ellos.

### *Sustracción con sobrepaso en dos lugares no consecutivos*

Para la primera de estas clases, es una condición previa importante haber logrado que los alumnos sepan expresarse acerca de cómo proceder cuando se trata del sobrepaso en un lugar. Nuevamente en esta clase harán aplicación del conocimiento ante un nuevo nivel de dificultad: *el sobrepaso está en dos lugares*, pero entre ellos queda un lugar en el que no hay sobrepaso. El objetivo es, por tanto, sustraer números de tres y cuatro lugares con sobrepaso en dos lugares no consecutivos.

En la parte inicial de la clase se planteará calcular estas diferencias:

a)  $736 - 408$       b)  $509 - 126$       c)  **$6\ 382 - 4\ 817$**

En lo adelante se procederá de modo que los alumnos sean quienes descubran lo nuevo y apliquen el conocimiento aprendido sobre cómo proceder cuando hay sobrepaso en un lugar. Es importante confiar en las posibilidades de los alumnos para transferir su saber y dar solo las ayudas necesarias.

### *Sustracción con sobrepaso en dos lugares consecutivos*

Una primera clase será para presentar la sustracción con números de tres y cuatro lugares con sobrepaso en varios lugares consecutivos. En ella se procederá de manera similar a como se hizo para el tratamiento de los anteriores niveles de dificultad: los alumnos reconocerán en un ejercicio de qué se trata ahora y tratarán de resolverlo aplicando sus conocimientos y habilidades.

Inicialmente se les puede orientar que calculen  $8461 - 2\ 843$  y  **$9\ 624 - 1\ 357$** , de donde surgirá la nueva situación. Es conveniente que uno de los alumnos que más rápido resuelva el nuevo caso vaya a la pizarra y explique cómo procedió.

Si ningún alumno llegara a realizarlo, entonces el maestro les ayudará a reconocer cuántas veces hay sobrepaso, cuál es la diferencia entre ese ejercicio y el primero respecto al sobrepaso y cómo eso se tendría en cuenta al calcular.

## **Recomendaciones metodológicas para la obtención del procedimiento de la multiplicación escrita.**

### *Preparación para la obtención del procedimiento escrito de la multiplicación*

La primera clase se dedicará a un repaso que reactive las condiciones previas para la obtención del procedimiento escrito de la multiplicación. Se podrá iniciar con una conversación que incluya las siguientes preguntas:

- ¿Por qué es importante saber los procedimientos de cálculo escrito?
- ¿De cuáles operaciones de cálculo ya han aprendido el procedimiento escrito?
- ¿Qué operaciones quedan aún sin que conozcan ese tipo de procedimiento?

Se les informará que en la clase siguiente a esta van a comenzar el estudio del procedimiento escrito de la multiplicación, por lo cual en esta realizarán ejercicios necesarios para que puedan trabajar con éxito en la elaboración del nuevo procedimiento.

Se recomiendan estos ejercicios:

1.- Práctica oral de los ejercicios básicos de multiplicación.

Este ejercicio puede adoptar diferentes formas organizativas: individual, por parejas o pequeños grupos y por equipos más grandes, lo cual decidirá el maestro de acuerdo a las características y necesidades del grupo. Puede hacerse con el apoyo de tarjetas u

otros medios que faciliten el trabajo, a la vez que estimulen la participación de los alumnos.

2.- Asociar igualdades de multiplicación a sumas de sumando iguales.

- a)  $8 + 8$
- b)  $6 + 6 + 6$
- c)  $12 + 12$
- d)  $10 + 10 + 10 + 10$
- e)  $53 + 53$
- f)  $214 + 214$

Este ejercicio quedará resuelto en la libreta de cada alumno. Antes de plantearlo se les preguntará qué relación hay entre la adición y la multiplicación. Si los alumnos no pudieran responder, entonces el maestro lo explica y ejemplifica: *una suma de sumandos iguales se puede representar mediante un producto en el cual un factor es el sumando y el otro factor representa la cantidad de veces que aparece ese sumando.*

Para resolver el ejercicio deberán calcular las sumas primero, aunque no necesariamente tienen que formar la igualdad de adición, por ejemplo:

Para  $13 + 13 = 26$  corresponde  $13 \cdot 2 = 26$  o también  $2 \cdot 13 = 26$

A partir de las igualdades formadas por los alumnos se les preguntará por qué es posible formar dos igualdades de multiplicación para una misma suma de sumandos iguales (se cumple que *los factores pueden intercambiarse y el producto es el mismo*).

3.- Reconocer el valor posicional de los dígitos luego de calcular un producto.

Se realizará al resolver esta tarea.

Calcula el producto de 60 y 4. ¿Cuántas decenas tiene?

Calcula el producto de 8 y 200. ¿Cuántas decenas tiene? ¿Y cuántas centenas?

4.- Asociar las operaciones de cálculo con las posibilidades de solución.

El ejercicio puede tener esta forma: Enlaza las operaciones de la izquierda con la expresión de la derecha de modo que formes una afirmación verdadera

Adición

- Siempre se puede realizar

Sustracción

- Hay casos en que no se puede realizar

Multiplicación

- Nunca se puede realizar

División

Proponerles que algunos vayan a la pizarra y ejemplifiquen las limitaciones que tienen la sustracción y la división: en la sustracción, el minuendo debe ser igual o mayor que el sustraendo y en la división el dividendo debe ser producto del divisor. Propiciar que destaquen la no existencia de limitaciones para la adición y la multiplicación.

5.- Reconocer características comunes de los procedimientos escritos estudiados.

Una posible forma del ejercicio es esta:

- Calcula  $427 + 162$  y  $794 - 263$

- Describe los pasos de cada uno de los procedimientos de cálculo anteriores.
- Expresa en qué se parecen ambos procedimientos.

De estas órdenes la primera se puede plantear en la pizarra y las otras dos oralmente, las respuestas no tienen que ser escritas por los alumnos.

Al responder la segunda pregunta se les exigirá que expresen la sucesión de pasos en forma generalizada, que no particularicen para esos ejemplos.

Es fundamental que destaquen la característica común esencial de ambos procedimientos: *en los procedimientos escritos siempre se calcula con los ejercicios básicos*. También pueden reconocer que los términos se escriben uno debajo del otro como en la tabla de posiciones y que se pasa una raya debajo de los dos primeros términos, pero estas características no son esenciales.

### *Obtención del procedimiento de la multiplicación escrita*

En la primera clase se trabajará la obtención del procedimiento de la multiplicación de números de dos y tres lugares por números de un lugar sin sobrepaso. El maestro tendrá en cuenta que el propósito fundamental es que los alumnos lleguen a expresar por sí mismos cómo se calcula el producto de un número de dos o tres lugares por un número de un lugar.

La motivación de la clase puede hacerse a partir del problema 7 de la página 106 del LT; lo importante en este caso es que los alumnos se den cuenta de que lo pueden resolver adicionando tres veces la cantidad de cajas que se fabrican en un turno o multiplicando por tres. Si deciden lo primero se les hace ver la inconveniencia de una adición tan larga y si deciden lo segundo reconocerán que no saben cómo realizar el procedimiento que se necesita. En cualquiera de los dos casos se tiene la razón para plantear el tema de la clase y su objetivo.

Luego se les orienta que van a trabajar nuevamente con una hoja de trabajo, se les entrega y se les explica que primero la deben leer toda cuidadosamente y después hacer las preguntas que necesiten para aclarar las dudas.

El propósito principal de este trabajo es el reconocimiento por los alumnos de que *para multiplicar un número de varios lugares por otro número de un lugar se calculan los ejercicios básicos de multiplicación formados por el número de un lugar y cada uno de los dígitos del número de varios lugares*.

En esta clase no es preciso formalizar el procedimiento ni precisar la condición de calcular de derecha a izquierda porque al no existir sobrepaso no aparecerán errores. La necesidad de ese orden ellos la deben reconocer cuando resuelvan la hoja de trabajo # 4 en la quinta clase.

El maestro observará cómo avanzan en el desarrollo de la hoja de trabajo y da colectiva o individualmente, si es necesario, las ayudas previstas por indicaciones.

Se aceptará que los alumnos planteen escribir los factores uno debajo del otro o que planteen escribirlos uno al lado del otro. Si no plantean trazar la raya debajo de los factores, el maestro les puede recordar que en los procedimientos escritos ya aprendidos lo hicieron y que en este también pueden hacerlo porque les hará falta, no tanto ahora, sino para cuando en cuarto grado multipliquen por números más grandes.

### HOJA DE TRABAJO 3

Orientación: Con estas tareas debes llegar a **expresar cómo se calcula el producto de un número de dos o tres lugares por un número de un lugar sin sobrepaso**. Para que tengas éxito lee bien cada actividad, trata de comprenderla y después resuélvela.

1-.Escribe para cada una de estas sumas una igualdad de multiplicación.

a)  $34 + 34$

b)  $321 + 321 + 321$

c)  $413 + 413$

2-. En cada igualdad observa el producto calculado y piensa cómo pudieras obtenerlo sin adicionar, es decir, multiplicando directamente los factores.

3-. Si ya pensaste cómo multiplicar, entonces prueba a hallar estos productos directamente, así como pensaste.

a)  $43 \cdot 2$

b)  $32 \cdot 3$

4-. Comprueba ahora mediante la adición escrita si los resultados que obtuviste son correctos. Si fueron correctos ya puedes responder la actividad 5.

5-. Completa:

Para calcular el producto de un número de varios lugares por un número de un lugar \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

Para el control y valoración de los resultados, el maestro seguirá los mismos principios que se tuvieron en cuenta cuando obtuvieron el procedimiento escrito de la sustracción: control por los puestos de trabajo, socialización y perfeccionamiento de la sucesión de pasos y el máximo de respeto a la originalidad de los alumnos siempre que se hayan con el vocabulario adecuado y gramaticalmente bien.

En esencia todos los alumnos deben llegar a la misma conclusión, pero pueden existir variaciones no esenciales en su formulación. Por ejemplo, esta: *Para hallar el producto de un número de varios lugares por un número de un lugar calculamos los ejercicios básicos que se forman con el factor de un lugar y los dígitos del factor de varios lugares*, y la que ya se había planteado en la página anterior.

Si queda tiempo pueden resolverse colectivamente uno o dos ejercicios de los de la pág. 56 del CT e indicar los otros de tarea para la casa, aclarándoles que no tienen que hacer cálculo estimado.

### Ayudas para la ejecución de la hoja de trabajo 3

Para la indicación 1:

A – Recuerda qué relación existe entre la adición y la multiplicación.

B – Ten en cuenta que todo producto representa una suma de sumandos iguales.

C – En un producto uno de los factores representa un sumando y el otro factor representa la cantidad de veces que aparece ese sumando, el producto equivale a la suma. Busca los factores y el producto, forma luego la igualdad.

Para la indicación 2:

A – Lee nuevamente la indicación, es muy sencillo lo que debes hacer.

B – Observa cada igualdad de multiplicación de la indicación 1, trata de ver en el producto la relación entre el factor de un lugar y el otro factor.

C – Fíjate si en el producto hay ejercicios básicos de multiplicar correspondientes al factor de un lugar.

Para la indicación 3:

A – Decídetete, prueba lo que pensaste.

B – Regresa a las igualdades de multiplicación que formaste y reconoce en ellas los ejercicios básicos de multiplicación que se forman con el factor de un lugar y los dígitos del otro factor.

C – Forma en cada caso los ejercicios básicos de multiplicación y calcúlalos, escribe los productos uno al lado del otro en el orden en que calculas, comprueba después mediante la adición.

Para la indicación 4:

A – Ten en cuenta la relación entre la adición y la multiplicación.

B – Recuerda que cada producto significa también una suma de sumandos iguales.

C – Analiza los factores, determina cuál sumando debes tomar y cuántas veces debes tomarlo.

Para la indicación 5:

A – Ten en cuenta que debes completar una idea general sobre cómo multiplicas casos como estos que acabamos de ver.

B – ¿Cómo hallas cada dígito que va en el resultado a partir de los dígitos que tienes en los factores? Exprésalo de manera general.

C –Piensa que vas a formular una regla para aplicarla cada vez que estés ante un caso como estos que acabas de resolver: ¿Cómo haces para multiplicar? ¿Qué multiplicas? Exprésalo oralmente primero.

La clase siguiente puede titularse “¿Quién calcula más?”, con la intención de estimular la rapidez en la multiplicación de números de dos y tres lugares por números de un lugar sin sobrepaso. Una selección de los ejercicios 2 al 5 del LT pág. 106 y los ejercicios 1 al 4 del CT pág. 57 pueden ser el contenido principal de la clase. Para estimular la rapidez el maestro puede valerse de diferentes formas de organizar la actividad y el control de los resultados de cada ejercicio.

En la tercera clase se pasaría a un nuevo nivel de dificultad: multiplicar números de dos y tres lugares con sobrepaso en el primer lugar de la izquierda. Se presentarán ejercicios de este nivel de dificultad y se les dejará trabajar solos, sin explicaciones del maestro, porque ya esa situación la resolvieron cuando estudiaron la adición escrita. Se les orientarán los ejercicios, al controlar los resultados explicarán oralmente cómo lo hicieron.

En la cuarta clase se trabajará para que los alumnos logren describir el procedimiento escrito de la multiplicación de números de dos y tres lugares por números de un lugar, es decir, dejar expresada la sucesión de pasos correspondiente. Para la motivación de la clase el maestro creará una situación en la que aparezca un ejercicio de multiplicar con sobrepaso en el lugar de las unidades, luego destacará la conveniencia de describir una sucesión de pasos para esta operación.

La parte principal de la clase se dedicará a realizar la hoja de trabajo # 4. Como resultado debe quedar el procedimiento de la multiplicación escrita de números de varios lugares por otro número de un lugar, de cuya descripción este es un modelo:

- 1.- Escribo el factor de varios lugares, luego el signo de multiplicar y a la derecha el factor de un lugar. Subrayo ese producto.
- 2.- Multiplico cada producto básico comenzando por las unidades. Escribo cada resultado de derecha a izquierda.
- 3.- Si hay sobrepaso, escribo el dígito de las unidades del producto básico que lo tiene y adiciono el dígito de las decenas al próximo producto básico después que lo calcule.
- 4.- Controlo volviendo a calcular.

El paso 3 puede ser parte del paso 2, pero se han separado para dar más precisión.

El maestro seguirá el proceder metodológico para la orientación y el control ya explicado en clases con similar propósito.

Se insiste en que al hacer el control y valoración de la actividad final de la hoja de trabajo 4, el maestro propiciará la confrontación de las descripciones escritas por los alumnos con el fin de acercarlas lo más posible a la planteada en el recuadro; en todos los casos se reconocerán los aciertos en cuanto al orden y el modo de expresar los pasos y finalmente el maestro presentará su modelo para facilitar la corrección de errores si fuera necesario.



## HOJA DE TRABAJO 4

Orientación: Con estas actividades podrás, tú solo, **describir los pasos del procedimiento escrito de la multiplicación de un número de varios lugares por otro número de un lugar**. Para que tengas éxito lee bien cada actividad, trata de comprenderla y resuélvela después.

1-. Multiplica.

a)  $44 \cdot 2$

b)  $512 \cdot 3$

c)  $138 \cdot 2$

2-. Comprueba mediante la adición si has multiplicado correctamente.

3-. Analiza el ejercicio c) de la actividad 1 y su resultado. Verás que hay sobrepaso. Piensa cómo procediste al multiplicar.

4-. Si has calculado bien el ejercicio c), entonces escribe cómo multiplicas cuando hay sobrepaso.

---

---

---

5-. Escribe los pasos del procedimiento escrito de la multiplicación. Ten en cuenta lo que debes hacer cuando haya sobrepaso.

Posibles ayudas para la ejecución de la hoja de trabajo 4:

Para la indicación 1:

A –Ten en cuenta multiplicar directamente, aplica lo que aprendiste en la clase anterior.

B – ¿Qué debes hacer con el factor de un lugar y cada dígito del factor de varios lugares?

C –Recuerda que el factor de un lugar se multiplica por cada uno de los dígitos del factor de dos lugares. Hazlo y escribe los resultados a medida que calculas.

Para la indicación 2:

A –Comprueba del modo que se te indica, debes obtener los mismos resultados.

B –Recuerda que debes aplicar la relación entre la adición y la multiplicación.

C –Transforma cada producto en una suma, adiciona y compara el resultado con el correspondiente de la multiplicación, deben ser iguales. Si no es así, vuelve a revisar mentalmente cómo multiplicaste.

Para la indicación 3:

A –Analiza cuidadosamente en el ejercicio c) dónde está el sobrepaso y qué hiciste con él.

B – Si resolviste bien el ejercicio c) cuando multiplicaste, entonces se trata de que expreses de forma general cómo lo hiciste, escríbelo.

C – ¿Qué hiciste para resolver bien el sobrepaso en el ejercicio c)? Y en otro caso similar, ¿harías lo mismo? Organiza esa idea para que la escribas.

Para la indicación 4:

A –Ten en cuenta que debes escribir una serie de pasos que requieren estar ordenados, piensa bien cuál debe ir primero y cuál después.

B – Recuerda que para la adición y la sustracción ya hemos planteado los procedimientos escritos, ahora se trata de hacer aquí lo mismo. Piensa bien qué debes hacer primero, qué después, así hasta que tengas todos los pasos.

C – ¿Cuál es el primer paso en el procedimiento de la adición escrita? Trata de formular un paso parecido para la multiplicación. ¿Cómo continuabas avanzando en la adición y cómo pudieras continuar avanzando en la multiplicación? ¿Qué harías si hay sobrepaso? ¿Cómo pudieras controlar?

El ejercicio 1 del CT pág. 59 puede quedar resuelto en la clase e indicar de tarea para la casa el 2 de la pág. 109 del LT.

En las dos clases siguientes para la multiplicación con sobrepaso en un lugar cualquiera, el maestro empleará variadas formas de organizar la actividad de resolución de ejercicios formales; la variedad ayuda a mantener motivados a los alumnos.

Los primeros ejercicios deben ser en forma de términos como el 3 de la pág. 109 del LT, luego ejercicios de mayor nivel de complejidad como los de la pág. 60 del CT y 4 al 7 de la pág. 109 del LT.

En la clase para multiplicar números de tres y cuatro lugares por números de un lugar con sobrepaso en dos lugares no consecutivos, la motivación puede surgir de calcular estos productos:

a)  $322 \cdot 3$       b)  $241 \cdot 4$       c)  $417 \cdot 5$

Se les dejará trabajar solos y después se les pregunta qué encontraron especialmente en el tercero. Deberán referirse a que multiplicaron con sobrepaso en las unidades y en

las centenas, es decir, en dos lugares no consecutivos. Se les pedirá que expliquen cómo procedieron.

Solamente para los alumnos que presenten dificultades el maestro hará un tratamiento especial, pues es de esperar que todos o la mayor parte de ellos puedan por sí solos resolver el nuevo nivel de dificultad.

De tarea para la casa se orientará una selección de los productos del ejercicio 1 de la pág. 111 del libro de texto. El maestro **no** llamará la atención en que el primero de cada columna tiene sobrepaso consecutivo, eso lo deben descubrir ellos y será el motivo de conversación al inicio de la clase siguiente, la cual será la primera para multiplicar números de tres y cuatro lugares por números de un lugar con sobrepaso en dos lugares consecutivos.

El tema de la clase con sobrepaso en dos lugares consecutivos puede salir del análisis de los ejercicios incluidos en la tarea para la casa de la clase anterior, que tienen ese nivel de dificultad, a partir de lo cual se les motiva para ocuparse de la nueva situación y se les orienta hacia los objetivos de la clase.

Es importante que el maestro controle individualmente si los ejercicios de multiplicar con sobrepaso consecutivo incluidos en la tarea fueron bien resueltos y que les permita a los alumnos que resolvieron los ejercicios en casa por sí solos explicar cómo procedieron. De esta forma el maestro podrá confirmar cuáles de sus alumnos han transferido a la nueva situación conocimientos ya adquiridos, en tanto les da la posibilidad a ellos de demostrar que son capaces de aplicar lo aprendido y expresar sus propias ideas. El maestro dará explicaciones solamente a aquellos alumnos que lo necesiten.

## ANEXO 12: Guía de observación de clases # 2.

Objetivo: Valorar el dominio de la metodología componente del modelo del proceso de obtención de los procedimientos de cálculo mediante búsqueda independiente y evaluar los indicadores del proceso por medio de la observación directa.

Para el registro de la observación:

- 1) El contenido nuevo de la clase es:
  - a) Obtención del procedimiento \_\_\_\_
  - b) Ampliación del procedimiento \_\_\_\_
- 2) Habilidad específica que se declara en el planteamiento del objetivo de la clase.
- 3) Registro detallado de la metodología seguida durante el proceso de obtención o ampliación del procedimiento de cálculo escrito tratado en clase.
- 4) Estado de opinión del observador luego de registrada la clase:

	Indicadores	Categorías (Según criterios del anexo 5)					
		0	1	2	3	4	5
Actividad mediadora del maestro	M1.1						
	M1.2						
	M1.3						
	M1.4						
	M1.5						
Efecto en la actividad de los alumnos	A2.1						
	A2.2						
	A2.3						
	A2.4						

Conclusiones: La metodología componente del modelo del proceso de obtención de los procedimientos de cálculo mediante búsqueda independiente se cumple:

- a) \_\_\_\_ Durante todo el proceso
- b) \_\_\_\_ En casi todo el proceso (Especificar)
- c) \_\_\_\_ Parcialmente (Especificar)
- d) \_\_\_\_ Muy parcialmente (Especificar)
- e) \_\_\_\_ No se cumple

ANEXO 13: Prueba pedagógica de salida del cuasi-experimento.

Objetivo: Evaluar los indicadores *descripción* y *realización* de los procedimientos de cálculo escrito de la sustracción y la multiplicación en los grupos de experimento y de control a fin de contrastar resultados.

### BATERÍA A

1.- Completa escribiendo lo que falta:

- Para calcular mediante el procedimiento escrito de la sustracción yo lo hago así:

---

---

---

---

2.- Calcula

a)  $395 - 621$     b)  $752 - 416$     c)  $5\,841 - 574$

### BATERÍA B

1.- (El mismo enunciado de la Bateria A, pero sobre la multiplicación)

2.- Calcula

a)  $231 \cdot 3$     b)  $124 \cdot 4$     c)  $571 \cdot 6$

### Observaciones:

1. Para la pregunta 1 se les dará similar orientación a la que se dio para la pregunta 2 de la prueba de entrada.
2. La clave de calificación es la misma que se aplicó para la prueba pedagógica exploratoria descrita en el anexo 3.

**ANEXO 14:** Procesamiento estadístico de las calificaciones de los grupos de experimento y control para la aplicación de la dócima de Kolmogorov-Smirnov para dos muestras independientes no paramétrica

**Fórmulas aplicadas para la dócima de Kolmogorov-Smirnov.**

**Estadígrafo  $D$ :** Valor absoluto de la diferencia máxima entre las frecuencias acumulativas relativas observadas y esperadas.

**Región crítica  $D > D_{1-\alpha}(n)$ .** Para dos poblaciones de hasta 40 observaciones y niveles de significación de 0,05; 0,025; 0,01 y 0,005 ver tabla 4.11 (236: 153-154). Para poblaciones mayores ver tabla 4.12 (236: (154) y aplicar la fórmula

$$D > S \sqrt{\left(\frac{1}{m} + \frac{1}{n}\right)}$$

Tabla X.1: Frecuencias acumulativas relativas obtenidas de las evaluaciones de la prueba de salida, sectores rural y urbano.

	Descripción del procedimiento				Realización del procedimiento			
	Rural		Urbano		Rural		Urbano	
Valores	Exp.	Cont.	Exp.	Cont.	Exp.	Cont.	Exp.	Cont.
<b>0</b>	0,0208	0,0889	0,2128	0,0923	0,0000	0, 0000	0, 0000	0, 0000
<b>1</b>	0,1458	0,3778	0,0922	0,3130	0,0417	0,0667	0,0284	0,0381
<b>2</b>	0,4167	0,7778	0,2340	0,8244	0,1458	0,2000	0,1064	0,1527
<b>3</b>	0,8125	0,9778	0,4823	0,9542	0,4167	0,6667	0,1560	0, 2672
<b>4</b>	0,9583	1.0000	0,9220	1,0000	0,5626	0,8222	0,3050	0,5344
<b>5</b>	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
<b><math>\alpha</math></b>	0,05		0,05		0,10		0,05	
<b><math>D</math></b>	0,3611		0,5904		0,2596		0,2294	
<b><math>D_{1-\alpha}(n)</math></b>	0,2822		0,1649		0,2531		0,1649	

Tabla X.2: Frecuencias acumulativas relativas obtenidas de las evaluaciones de la prueba de salida, general (ambos sectores).

Valores	Descripción del procedimiento		Realización del procedimiento	
	Exp.	Cont.	Exp.	Cont.
<b>0</b>	0,0212	0,0966	0, 0000	0, 0000
<b>1</b>	0,1058	0,3295	0,0317	0,0454
<b>2</b>	0,2804	0,8125	0,1164	0,1648
<b>3</b>	0,5661	0,9602	0,1958	0,3125
<b>4</b>	0,0312	1,0000	0,3757	0,5795
<b>5</b>	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
<b><math>\alpha</math></b>	0,05		0,05	
<b><math>D</math></b>	0,5321		0,2038	
<b><math>D_{1-\alpha}(n)</math></b>	0,14246		0,14246	